Esercitazione di Analisi A n. 1

1. Sia $A := (\mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}) \cap [0, 1[$. Allora
a. $\frac{1}{2} \in A$;
b. $\frac{\sqrt{2}}{2} \in A$;
c. $\frac{3}{2} \in A$;
d. $0 \in A$.

2. L'insieme $\{x \in \mathbf{R} : x|x-1| \geq 3\}$ coincide con
a. $]-\infty, 2]$;
b. $[0, 2]$;
c. $\mathbf{R}$;
d. $[2, +\infty[$.

3. Sia $A := \{x \in \mathbf{R} : x^2 \geq x\}$. Allora
a. A è inferiormente, ma non superiormente limitato;
b. A è superiormente, ma non inferiormente limitato;
c. A non è né inferiormente, né superiormente limitato;
d. A è limitato.

4. L'equazione $|x^2 + 2x| + x - 1 = 0$ ha in $\mathbf{R}$
a. più di due soluzioni distinte;
b. non ha soluzioni;
c. una sola soluzione;
d. esattamente due soluzioni distinte.

5. $\{x > 0 : \log_9(x+1) \leq \log_3(2x)\}$ coincide con
a. $]\frac{\sqrt{17}-1}{8}, +\infty[$;
b. $]0, \frac{1+\sqrt{17}}{8}[$;
c. $[\frac{1+\sqrt{17}}{8}, +\infty[$;
d. $]0, +\infty[$.

6. Il complesso coniugato di $\frac{1}{1+4i}$ coincide con
a. $\frac{1}{17} + \frac{4}{17}i$;

b. $\frac{1}{17} - \frac{4}{17}i$;
c. $17 + 4i$;
d. $1 + 4i$.

7. Tra le soluzioni complesse di $z^4 = i$ c'è
a. $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} + i\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$;
b. $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - i\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$;
c. $\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}$;
d. $\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}$.

8. L'equazione $z^8 - 3z^4 + 2 = 0$ ha in $\mathbf{C}$
a. tutti zeri reali;
b. tutti zeri con parte reale nulla;
c. sia zeri con parte reale nulla che zeri con parte immaginaria nulla;
d. uno zero con parte reale $\frac{1}{2}$.

9. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$. Allora, necessariamente:
a. f è limitata;
b. esiste $\delta > 0$ tale che $\forall x \in \mathbf{R}$, con $x > \delta$, $2 < f(x) < 5$;
c. esiste $\delta > 0$ tale che $\forall x \in \mathbf{R}$, con $x > \delta$, $1 < f(x) < 2$;
d. esiste $\delta > 0$ tale che $\forall x \in \mathbf{R}$, con $x > \delta$, $\frac{3}{2} < f(x) < 5$.

Rispondere inoltre ai seguenti quesiti:

1. Che cosa si intende per composizione di due funzioni? (Precisare bene sotto quali condizioni la si può definire).

2. Come si definisce la radice $n-$esima di un numero reale non negativo?

Risposte questionario: 1 b; 2 d; 3 c; 4 d; 5 c; 6 a; 7 a; 8 c; 9 d.

Esercitazione di Analisi A n. 2

1. Sia $f :]-\infty, 0[\to \mathbf{R}$, $f(x) = e^{x^2}$. La sua inversa g coincide con

a. $g :]1, +\infty[\to \mathbf{R}$, $g(y) = -\sqrt{\ln(y)}$;
b. $g :]1, +\infty[\to \mathbf{R}$, $g(y) = \sqrt{\ln(y)}$;
c. $g :]0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $g(y) = \sqrt{\ln(y)}$;
d. f non ammette inversa.

2. $\{x \in \mathbf{R} : \frac{x}{x+1} > 0, x - 2 > 0, \log_{\frac{1}{7}}(\frac{x}{x+1}) > \log_7(x-2)\}$ coincide con

a. $\emptyset$;
b. $]2, +\infty[$;
c. $]2, \frac{3+\sqrt{13}}{2}[$;
d. $]\frac{3-\sqrt{13}}{2}, \frac{3+\sqrt{13}}{2}[$.

3. Dato $x \in \mathbf{R}$, la formula $\ln(x^2) = 2\ln(x)$ vale se e solo se

a. $x \neq 0$;
b. $x^3 > 0$;
c. $x^2 > 0$;
d. $x^3 \neq 0$.

4. Sia $A = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbf{N}\}$. Allora

a. $\inf(A) = 0$, $\sup(A) = 1$;
b. $\inf(A) > 0$, $\sup(A) = 1$;
c. A non possiede estremo superiore;
d. A non possiede estremo inferiore.

5. Il seguente numero reale appartiene a $arg(-8 + 8i)$:

a. $\frac{7\pi}{4}$;
b. $-\frac{5\pi}{4}$;
c. $\frac{21\pi}{4}$;
d. $-\frac{\pi}{4}$.

6. $(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})^{27}$ coincide con

a. 1;
b. -1;
c. $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$;
d. $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

7. $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1-3x+12x^4-x^{15}}{6+x^2+x^7+x^{12}}$ coincide con

a. $-\infty$;
b. $+\infty$;

c. -1;
d. $\frac{1}{6}$.

8. $\lim_{x \to 4} \frac{\sin(x)}{(x-4)^4}$
a. non esiste;
b. vale $+\infty$;
c. vale $-\infty$;
d. vale 1.

9. $\lim_{x \to +\infty} x(1-\cos(\frac{1}{x}))$
a. non esiste;
b. vale $\frac{1}{2}$;
c. vale 0;
d. vale $+\infty$.

Rispondere inoltre ai seguenti quesiti:
1. Che cosa si intende per maggiorante di un sottoinsieme di $\mathbf{R}$?

2.Definire con precisione la scrittura $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = l$ nel caso di x_0 e l reali (specificare dove deve stare x_0).

Risposte questionario: 1 a; 2 c; 3 b; 4 a; 5 b; 6 b; 7 b; 8 c; 9c.

Esercitazione di Analisi A n. 3

1. $\{x \in \mathbf{R} \setminus \{-1\} : (\frac{1}{2})^{-\frac{x}{x+1}} \geq \frac{1}{4}\}$ coincide con
a. $]-2,-1[\cup[\frac{2}{3},+\infty[$;
b. $\mathbf{R} \setminus \{-1\}$;
c. $]-2,-1[\cup[-\frac{2}{3},+\infty[$;
d. $]-\infty,-1[\cup[-\frac{2}{3},+\infty[$.
2. Sia $z \in \mathbf{C}$ tale che $Re(z^2) = 0$, $|z^2| < 4$. Allora
a. $Re(z) = Im(z)$;
b. $|Re(z)| \leq 1$;
c. $z \in \mathbf{R}$;
d. se $z \in \mathbf{R}$, $z = 0$.
3. Sia $z \in \mathbf{C}$ tale che $z^3 - iz = 0$. Allora, necessariamente,
a. $Re(z) = Im(z)$;
b. $2Re(z) = Im(z)$;
c. $Re(z) = 2Im(z)$;
d. $Re(z) = 0$.
4. $\lim_{x\to-\infty} 10^x (x^4 - x^2)^{\frac{1}{2}}$
a. non ha senso;
b. vale $+\infty$;
c. vale 0;
d. vale $-\infty$.
5. $\lim\limits_{x\to-\infty} (1 + \frac{1}{x^5})^{x^7}$
a. vale e;
b. vale $+\infty$;
c. vale 1;
d. vale e^{-1}.
6. Siano $f, g, h :]1,+\infty[\to \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(x)$, $g(x) = \ln(x^2)$, $h(x) = \frac{x}{\ln(x)}$.
Allora
a. $f = o(g)$ $(x \to +\infty)$;
b. $h = o(g)$ $(x \to +\infty)$;
c. $g = o(h)$ $(x \to +\infty)$;
d. $h = o(fg)$ $(x \to +\infty)$.
7. Il dominio naturale di $f(x) = \ln(\ln(\frac{1}{x^2}))$ coincide con
a. $\mathbf{R} \setminus \{0\}$;
b. $]-1,0[\cup]0,1[$;
c. $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$;
d. $]1,+\infty[$.

8. La funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - 16} - \sqrt{x^2 + 1}$ (definita nel suo dominio naturale)
a. è crescente in $]-\infty, -4]$;
b. è crescente in $[4, +\infty[$;
c. tende a -17 per $x \to +\infty$;
d. ha due zeri distinti.

9. L'equazione $x - \arcsin(\frac{1}{x}) = 0$
a. ha più di due soluzioni
b. non ha soluzioni;
c. ha un'unica soluzione;
d. ha esattamente due soluzioni.

Rispondere inoltre ai seguenti quesiti:
1. Che cosa si intende per estremo inferiore di un sottoinsieme di $\mathbf{R}$?

2. Che cosa dice il teorema di Weierstrass ?

Risposte questionario: 1 d; 2 d; 3 a; 4 c; 5 b; 6 c; 7 b; 8 b; 9d.

Esercitazione di Analisi A n. 4

1. $\{x > 0 : \log_2(x) - \log_4(x^2) > 0\}$ coincide con
a. $\mathbf{R}^+$;
b. $]1, +\infty[$;
c. $]0, 1[$;
d. $\emptyset$.

2. Sia $A := \{z \in \mathbf{C} \setminus \{0\} : \frac{1}{z^5} = \frac{1}{z^2}\}$. Allora
a. A contiene $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$;
b. A contiene $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$;
c. A contiene $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$;
d. 1 e -1.

3. Sia $z \in \mathbf{C}$, $z \neq 0$. Sia poi $\theta \in arg(z)$. Allora, necessariamente,
a. $-\theta \in arg(\overline{z})$;
b. $\theta \in arg(\overline{z})$;
c. $\theta \in arg(\frac{1}{z})$;
d. $-\theta \in arg(\frac{1}{\overline{z}})$.

4. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1}{1-\cosh(x)}$
a. non esiste;
b. esiste e vale $+\infty$;
c. esiste e vale $-\infty$;
d. esiste e appartiene a $\mathbf{R}$.

5. $\lim\limits_{x \to 0} (\frac{1}{\cosh(x)-1} - \frac{x}{1-\cos(x)})$
a. esiste in $\mathbf{R}$;
b. esiste e vale $+\infty$;
c. esiste e vale $-\infty$;
d. non esiste.

6. $\{\alpha \in \mathbf{R} : \lim\limits_{x \to +\infty} [\sin(\frac{1}{x}) - \ln(1 + \frac{1}{x})]x^\alpha = 0\}$ coincide con
a. $\emptyset$;
b. $]-\infty, 1[$;
c. $]-\infty, 2[$;
d. $]-\infty, 3[$.

7. Sia $f(x) = \arctan(\frac{1}{x^2 - x})$, definita nel suo dominio naturale. Allora
a. f è crescente in $]-\infty, 0[\cup]0, \frac{1}{2}[$.
b. f è decrescente in $]0, 1[$;
c. f ammette minimo;
d. esiste $M > 0$ tale che f è convessa in $[M, +\infty[$.

8. L'equazione $\ln(x) - x^2 = \alpha$, con $\alpha \in \mathbf{R}$, ha almeno una soluzione in $\mathbf{R}^+$ se e solo se
a. $\alpha \leq \frac{\ln(2)+1}{2}$;
b. $\alpha \leq -\frac{\ln(2)+1}{2}$;
c. $\alpha < -\frac{\ln(2)+1}{2}$;
d. ha almeno una soluzione qualunque sia $\alpha \in \mathbf{R}$.

9. La funzione $f(x) = 2^x - 4^{\frac{1}{x}}$
a. è crescente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$;
b. è crescente in $]-\infty, 0[$, decrescente in $]0, +\infty[$;
c. è crescente in $]-\infty, 0[$ e in $]0, +\infty[$, ma non in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$;
d. è convessa in $]0, +\infty[$.

Risposte questionario: 1 d; 2 b; 3 a; 4 c; 5 b; 6 c; 7 d; 8 b; 9 c.

Rispondere inoltre ai seguenti quesiti:

1. Che cosa dice il teorema di Bolzano (precisare preliminarmente che cos'è un intervallo)?

2. Conoscete dei risultati che permettano di ottenere informazioni sulla monotonia da in informazioni sulla derivata?

Esercitazione di Analisi A n. 5

1. $\{z \in \mathbf{C} : z^5 + 32 = 0, Re(z) \geq 0\}$
a. è vuoto;
b. ha un solo elemento
c. ha due elementi;
d. ha più di due elementi.

2. Tra le soluzioni complesse di $z^6 + z^3 - 6 = 0$ ci sono
a. $\sqrt[3]{2}(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$ e $\sqrt[3]{3}(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})$;
b. $\sqrt[3]{2}(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$ e $\sqrt[3]{3}(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$;
c. $\sqrt[3]{2}(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$ e $\sqrt[3]{3}(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$;
d. $\sqrt[3]{2}(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$ e $\sqrt[3]{3}(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})$.

3. Sia $f(x) := (x-1)e^{\frac{1}{x-1}}$; allora
a. esiste $\lim_{x\to 1} f(x)$ e vale 0;
b. esiste $\lim_{x\to 1} f(x)$ e vale $+\infty$;
c. $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 1$;
d. $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$.

4. $\lim_{x\to -\infty} x[\frac{\pi}{2} + \arctan(x)]$
a. non esiste;
b. esiste e vale 1;
c. esiste e vale -1;
d. esiste e vale $-\infty$.

5. $\lim_{x\to +\infty} [(1+\frac{1}{x})^\pi - 1](x^2 + x)$
a. non esiste;
b. esiste e vale 0;
c. esiste e vale e^π;
d. esiste e vale $+\infty$.

6. La funzione $f(x) = \ln(1+x) - \frac{x}{1+x}$, definita nel suo dominio naturale,
a. ha limite nullo per $x \to -1$;
b. é crescente;
c. ha minimo uguale a 0;
d. è convessa.

7. La funzione $f(x) = x^{\frac{1}{2}}(1-x)^{\frac{1}{2}}$, definita nel suo dominio naturale,
a. ha massimo uguale a $\frac{1}{2}$;
b. è non crescente;
c. è non decrescente;

d. ha minimo uguale a $\frac{1}{2}$.

8. La funzione $f(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2$, di dominio $\mathbf{R}$,

a. è un $o(x^4)$ per $x \to -\infty$;

b. è non decrescente;

c. è non crescente;

d. è convessa.

9. $\int_1^2 x \ln^2(x) dx$ vale

a. $\ln^2(2) + 1$;

b. $2\ln^2(2) - \ln(4) + \frac{3}{4}$;

c. $2\ln^2(2) + \ln^3(2) + \frac{1}{2}$;

d. $\frac{2}{3} + \ln^2(2)$.

Rispondere inoltre ai seguenti quesiti:

1. Conoscete un risultato di continuità della funzione inversa?

2. In cosa consiste la formula di Taylor?

Risposte questionario: 1 c; 2 b; 3 d; 4 c; 5 d; 6 c; 7 a; 8 d; 9 b.

Esercitazione di Analisi A n. 6

1. $\{z \in \mathbf{C} : 2z^8 - 4z^4 - 16 = 0\}$ contiene
a. $\sqrt{8}i$ e $-\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}$;
b. $\sqrt{2}i$ e $-\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}$;
c. $\sqrt{8}i$ e $-\frac{1}{\sqrt[4]{2}} + i\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$;
d. $-\sqrt{2}$ e $\frac{1}{\sqrt[4]{2}} + i\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

2. $\lim_{x\to-\infty}(1 - \frac{1}{x^2})^{\frac{x^3}{1-x}}$
a. vale 1;
b. vale $+\infty$;
c. vale e;
d. vale $\frac{1}{e}$.

3. $\lim_{x\to-\infty} x[(x^2 + x)^{\frac{1}{2}} - (x^2 - 1)^{\frac{1}{2}}]$
a. vale $\frac{1}{2}$;
b. vale $+\infty$;
c. vale $-\infty$;
d. non esiste.

4. $\lim_{x\to 0}(\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)})|x|^{\frac{1}{2}}$
a. vale 0;
b. non esiste;
c. vale $+\infty$;
d. vale $-\infty$.

5. L'equazione $\cos(x) = x$
a. ha un'unica soluzione in $\mathbf{R}$, che è positiva;
b. ha un'unica soluzione in $\mathbf{R}$, che è negativa;
c. ha più di una soluzione in $\mathbf{R}$;
d. non ha soluzioni in $\mathbf{R}$.

6. La funzione $f(x) = \frac{x^2+1}{1-x}$
a. è crescente in $[1 + \sqrt{2}, +\infty[$;
b. è crescente in $]-\infty, 1 - \sqrt{2}]$;
c. è convessa in $]1, +\infty[$;
d. è convessa in $]-\infty, 1[$.

7. L'immagine di $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$, definita su $\mathbf{R}$, coincide con
a. $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$;
b. $[-1, 1]$;
c. $[-2, 2]$;

d. $[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}]$.

8. $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} dx$ vale

a. $2[\ln(2) - \frac{1}{2}]$;

b. $2[\ln(2) + \frac{1}{2}]$;

c. $2[\frac{1}{\ln(2)} + \frac{1}{2}]$;

d. $2[\frac{1}{\ln(2)} - \frac{1}{2}]$.

9. $\int_0^1 x^2\sqrt{1+x^2}dx$ coincide con

a. $\frac{1}{8}[\cosh(4t)]_0^{\ln(1+\sqrt{2})}$;

b. $\frac{1}{8}[\frac{\sinh(4t)}{4} - t]_0^{\ln(1+\sqrt{2})}$;

c. $\frac{1}{4}[\cosh(2t) + 1]_0^{\ln(\sqrt{2})}$;

d. $\frac{1}{2}[\cosh(2t)]_0^{\ln(\sqrt{2})}$.

Rispondere inoltre ai seguenti quesiti:

1. Che cosa dice il teorema fondamentale del calcolo integrale?

2. Che cosa dice il teorema di derivabilità della funzione inversa?

Risposte questionario: 1 d; 2 c; 3 b; 4 a; 5 a; 6 d; 7 a; 8 a; 9 b.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
4 dicembre 2001

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{z \in \mathbf{C} : (z^2 - 4iz - 4)(z^3 + 8) = 0\}$. Allora

a. $\{2i, 1 - i\sqrt{3}\} \subseteq A$;
b. $\{2i, -1 - i\sqrt{3}\} \subseteq A$;
c. $\{-2i, -1 - i\sqrt{3}\} \subseteq A$;
d. $\{-2i, 1 - i\sqrt{3}\} \subseteq A$.

• $\lim\limits_{x \to -\infty} (1 + \frac{1}{3x})^{x^2} \cos(3x)$

a. vale 0;
b. non esiste;
c. vale $+\infty$;
d. vale 1.

• $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{[\sin(4x) - 4x]x^x}{1 - \cos(x) + \sin(x)}$

a. non esiste;
b. vale $-\infty$;
c. vale 4;
d. vale 0.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^{5x}$. Allora

a. f non ammette minimo;
b. $\min\limits_{\mathbf{R}^+} f = \frac{1}{5}$;
c. $\min\limits_{\mathbf{R}^+} f = e^{-\frac{5}{e}}$;
d. $\min\limits_{\mathbf{R}^+} f = e^{\frac{5}{e}}$.

• Sia $f(x) = \frac{1}{x-2} + x - 2$, definita nel suo dominio naturale. Allora

a. f è crescente su $]-\infty, 2[$;
b. f è crescente su $[3, \infty[$;
c. f è convessa su $]-\infty, 2[$;
d. f è concava su $[3, +\infty[$.

• L'equazione $\mathbf{R}$ $2^x - 3x = \beta$ ha soluzioni reali se e solo se

a. $\beta \geq 3 \log_2(\frac{3}{\ln(2)})$;
b. $\beta \geq \frac{3}{\ln(2)} - 3 \log_2(\frac{3}{\ln(2)})$;
c. $\beta \geq \frac{3}{\ln(2)} + 3 \log_2(\frac{3}{\ln(2)})$;

d. $\beta \leq \frac{3}{\ln(2)} + 3\log_2(\frac{3}{\ln(2)})$.

- $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^3(2x)dx$ vale

a. $\frac{3}{4}$;
b. $\frac{3}{2}$;
c. $\frac{1}{3}$;
d. $\frac{2}{3}$.

- $\int_3^4 \frac{2x^2+1}{x^3+x}dx$ vale

a. $\ln(\frac{17}{10})$;
b. $\ln(\frac{4}{3})$;
c. $\ln(\frac{4}{3}) + \frac{1}{2}\ln(\frac{17}{10})$;
d. $\ln(\frac{4}{3}) - \frac{1}{2}\ln(\frac{17}{10})$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = (1 - \frac{1}{n^2})^{4n^3}$. Allora

a. la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente;
b. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n = e^{-4}$;
c. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n = 1$;
d. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n = e^{-1}$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
14 dicembre 2001

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{z \in \mathbf{C} : (\overline{z} - 2)^4 = -1\}$ ($\overline{z}$ = complesso coniugato). Allora
a. $\{2 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}, 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\} \subseteq A$;
b. $\{2 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}, 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{2}\} \subseteq A$;
c. $\{2 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{2}, 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\} \subseteq A$;
d. $\{\frac{3}{2} + \frac{i}{2}, \frac{5}{2} + \frac{i}{2}\} \subseteq A$.

• Sia $f(x) = \frac{\cos(\pi x)}{(4x-3)^3}$, definita nel suo dominio naturale. Allora
a. $\lim_{x \to \frac{3}{4}} f(x) = +\infty$;
b. $\lim_{x \to \frac{3}{4}} f(x) = -\infty$;
c. $\lim_{x \to \frac{3}{4}^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \to \frac{3}{4}^+} f(x) = +\infty$;
d. $\lim_{x \to \frac{3}{4}^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \to \frac{3}{4}^+} f(x) = -\infty$.

• $\lim_{x \to +\infty} [(x+5)^{\frac{1}{3}} - (x+4)^{\frac{1}{3}}] x^{\frac{2}{3}}$
a. vale $\frac{1}{3}$;
b. vale $\frac{4}{3}$;
c. vale $+\infty$;
d. non esiste.

• L'equazione in $\mathbf{R}$ $e^{\frac{x}{6}} = x$
a. non ha soluzioni in $\mathbf{R}$;
b. ha un'unica soluzione in $\mathbf{R}$;
c. ha esattamente due soluzioni in $\mathbf{R}$;
d. ha più di due soluzioni in $\mathbf{R}$.

• Sia $f(x) = \arccos(2x) - \sqrt{1 - 4x^2}$, definita nel suo dominio naturale. Allora
a. f è convessa;
b. f è crescente;
c. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$;
d. f è inferiormente limitata, ma non possiede minimo.

• Sia $f(x) = \frac{1}{|x-3|-3}$, definita nel suo dominio naturale. Allora

a. f è crescente in $]6,+\infty[$;
b. $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$;
c. $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$;
d. f è concava in $]-\infty, 0[$.

- $\int_4^5 \arctan(x) dx$ vale

a. $5\arctan(5) - 4\arctan(4)$;
b. $5\arctan(5) - 4\arctan(4) - \frac{1}{2}\ln(\frac{26}{17})$;
c. $5\arctan(5) - 4\arctan(4) + \frac{1}{2}\ln(\frac{26}{17})$;
d. $5\arctan(5) + \frac{1}{2}\ln(\frac{26}{17})$.

- $\int_0^5 \frac{e^{2x}}{(e^x+1)^2} dx$ vale

a. $\ln(\frac{e^5+1}{2})$;
b. $\ln(\frac{e^5+1}{2}) + \frac{1}{e^5+1} - \frac{1}{2}$;
c. $\ln(\frac{e^5+1}{2}) - \frac{1}{e^5+1} + \frac{1}{2}$;
d. $\frac{1}{2} - \frac{1}{1+e^5}$.

- La serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n}$ converge se e solo se

a. $-1 \leq x < 1$;
b. $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$;
c. $-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}$;
d. $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
15 marzo 2002

Cognome e nome ....

• L'equazione in $\mathbf{C}$ $8iz^3 - (\sqrt{3} + i)z = 0$ ha tra le sue soluzioni

a. 2;
b. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$;
c. $-\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}$;
d. $-\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}$.

• $\lim_{x\to-\infty} \frac{\cos(\frac{\pi x+1}{x+3})x^3+x}{x^3+x}$

a. non esiste;
b. vale -1;
c. vale 1;
d. vale $-\infty$.

• $\lim_{x\to+\infty} (\sqrt[3]{x^2+2x} - x^{\frac{2}{3}})x^{\frac{1}{3}}$

a. vale $\frac{1}{3}$;
b. vale $\frac{2}{3}$;
c. vale 1;
d. non esiste.

• L'equazione in $\mathbf{R}$ $\sin(x) = |x| + \frac{1}{3}$

a. non ammette soluzioni;
b. ammette una e una sola soluzione;
c. ammette esattamente due soluzioni;
d. ammette più di due soluzioni.

• La funzione $f(x) = \frac{x^2+2}{x+2}$

a. è crescente in $]-\infty, -2[$;
b. è crescente in $]-2, +\infty[$;
c. è convessa in $]-2, +\infty[$;
d. è convessa in $]-\infty, -2[$.

• La funzione $f(x) = e^{3x}(x^2 - 1)$

a. è crescente;
b. è convessa;
c. ammette massimo
d. ammette minimo.

- $\int_0^2 x^2\sqrt{4-x^2}dx$ vale

a. π;
b. $\frac{3\pi}{2}$;
c. 2π;
d. $\frac{5\pi}{2}$.

- $\int_3^4 \frac{e^{2x}}{e^x+1}dx$ vale

a. $e^4 - e^3$;
b. $e^4 - e^3 - \ln(\frac{e^4+1}{e^3+1})$;
c. $e^4 - e^3 + \ln(\frac{e^4+1}{e^3+1})$;
d. $e^7 + \ln(\frac{e^4+1}{e^3+1})$.

- Dato $x \geq 0$, la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3n^2+1}$ converge se e solo se

a. $x \leq 1$;
b. $x < 1$;
c. $x \leq 3$;
d. $x < 3$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
22 marzo 2002

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^2+4)(z^2-2\sqrt{2}z+4)=0$ ci sono
a. $\sqrt{2}$ e $\sqrt{2}(1+i)$;
b. $-2i$ e $\sqrt{2}(1+i)$;
c. $-2i$ e $-\sqrt{2}(1+i)$;
d. $4i$ e $-\sqrt{2}(1+i)$.

• $\lim_{x\to-\infty} xe^{3x}\cos(x)$
a. non esiste;
b. vale $+\infty$;
c. vale 0;
d. vale $-\infty$.

• $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x^2)-\sin(x^2)}{\sqrt{1+2x^2}-1}$
a. non esiste;
b. esiste e vale 0;
c. esiste e vale $-\infty$;
d. esiste e vale $+\infty$.

• Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^3e^{3x}$. Allora $f(\mathbf{R})$ coincide con
a. $\mathbf{R}$;
b. $[-1,+\infty[$;
c. $[\frac{1}{27e^3},+\infty[$
d. $[-\frac{1}{e^3},+\infty[$.

• La funzione $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\int_0^x t^2e^{-2t^2}\,dt$
a. è decrescente in $]-\infty,0]$;
b. è convessa in $]-\infty,0]$;
c. è crescente;
d. ha un punto di massimo in 0.

• Sia $f(x)=\frac{1}{x^2+3x}$ definita nel suo dominio naturale. Allora
a. f è convessa in $]-3,0[$;
b. f è crescente in $]0,+\infty[$;
c. f è crescente in $]-\infty,-3[\cup]-3,-\frac{3}{2}]$.
d. f è crescente in $]-3,-\frac{3}{2}]$, ma non in $]-\infty,-3[\cup]-3,-\frac{3}{2}]$.

- $\int_1^2 \frac{1}{\sin(x)}dx$ vale

a. $\ln(\tan(1)) - \ln(\tan(\frac{1}{2}))$;
b. $\tan(1) - \tan(\frac{1}{2})$;
c. $\frac{\pi}{2}$;
d. $\frac{1}{\cos(1)} - \frac{1}{\cos(2)}$.

- $\int_0^{5\pi} \sin^3(x)dx$ vale

a. $\frac{4}{3}$;
b. $\frac{1}{3}$;
c. 0;
d. $-\frac{1}{3}$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n!}$, con $x \in \mathbf{R}$,converge se e solo se

a. $x \geq 0$;
b. converge per ogni $x \in \mathbf{R}$;
c. $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$;
d. $x = 0$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
18 giugno 2002

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse di $(|z|-1)(z^2-4iz-4)=0$ ci sono

a. $2i$ e $-2i$;
b. $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$ e $2i$;
c. $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$ e 2;
d. $\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{i}{2}$ e 2.

• $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\cos^2(x)}{(x-3)^2}$

a. non esiste, ma esiste il limite per $x\to 3^+$;
b. vale $\frac{1}{2}$;
c. vale $+\infty$;
d. vale 0.

• $\lim\limits_{x\to 1}(x-1)\tan(\frac{\pi x}{2})$

a. vale $\frac{2}{\pi}$;
b. vale $-\frac{2}{\pi}$;
c. vale 1;
d. non esiste.

• L'equazione $x^2+\frac{1}{x}=6$ $(x\in\mathbf{R}\setminus\{0\})$

a. non ha soluzioni;
b. ha esattamente una soluzione;
c. ha esattamente due soluzioni;
d. ha più di due soluzioni.

• La funzioni $f:]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x-\tan(x)$

a. è superiormente limitata;
b. è inferiormente limitata, ma non ammette minimo;
c. non è monotona;
d. ammette minimo.

• La funzione $f(x)=\ln(3+e^{-x})$ $(x\in\mathbf{R})$

a. è decrescente e convessa;
b. è decrescente e concava;
c. è crescente e convessa;
d. è crescente e concava.

- $\int_0^1 \frac{1+x}{2+\sqrt{x}}dx$ vale

a. $\frac{2}{3}(13+30\ln(\frac{3}{2}))$;
b. $\frac{2}{3}(13-30\ln(\frac{3}{2}))$;
c. $\frac{2}{3}(-13+30\ln(\frac{3}{2}))$;
d. $-\frac{2}{3}(13+30\ln(\frac{3}{2}))$.

- $\int_0^{3\pi} x\sin(x)dx$ vale

a. π;
b. 2π;
c. 3π;
d. 4π.

- Sia $a_n := (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{1+2000\sqrt{n}}$ $(n \in \mathbf{N})$. Allora

a. esiste in $\mathbf{R}$ $\lim\limits_{n\to+\infty} a_{2n}$ e non vale 0;
b. la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente;
c. la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente;
d. la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_{2n}$ è convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
12 luglio 2002

Cognome e nome ....

- Il sistema in $\mathbf{C}$

$$\begin{cases} z^4 + 8z = 0, \\ Im(z) < 0 \end{cases}$$

a. ha un'unica soluzione;
b. ha esattamente due soluzioni;
c. ha esattamente tre soluzioni;
d. ha più di tre soluzioni.

- $\lim\limits_{x\to-\infty} (1 - \frac{1}{3x})^x$

a. vale $e^{-\frac{1}{3}}$;
b. vale $e^{\frac{1}{3}}$;
c. vale 1;
d. vale 0.

- $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^{2x}-1-2x\ln(x)}{x^2}$

a. vale $+\infty$;
b. vale 1;
c. vale 0;
d. vale $-\infty$.

- L'equazione

$$\tan(x) = \frac{x}{3}, \qquad x \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$$

a. ha più di due soluzioni;
b. ha esattamente due soluzioni;
c. ha un'unica soluzione;
d. non possiede alcuna soluzione.

- La funzione $f : [\frac{1}{\pi}, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f(x) = \sin(\frac{1}{2x})$

a. è decrescente;
b. è crescente;
c. è convessa;
d. è concava.

- Sia $F : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $F(x) = \int_0^x e^{3t^2} dt$. Allora

a. F è concava su $[0, +\infty[$;
b. F è convessa su $[0, +\infty[$;
c. F è convessa su $]-\infty, 0]$;
d. F è decrescente.

- $\int_3^4 \frac{\ln(x^2)}{x} dx$ vale

a. $\ln(\frac{16}{9})$;
b. $\ln(\frac{9}{16})$;
c. $\ln^2(4) - \ln^2(3)$;
d. $\ln^2(\frac{4}{3})$.

- $\int_0^2 x \arctan(x) dx$ vale

a. π;
b. $\frac{\pi}{2} \arctan(2) + 1$;
c. $\frac{5}{2} \arctan(2) - 1$;
d. $2 \arctan(2)$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n := (-1)^n n^2 \sin(\frac{3}{n^2})$. Allora

a. $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n = 3$;
b. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente;
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente;
d. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
9 settembre 2002

Cognome e nome ....

• L'equazione in $\mathbf{C}$

$$(z^2 + 4)(z - \overline{z}) = 0$$

a. ha esattamente due soluzioni;
b. ha esattamente tre soluzioni;
c. ha infinite soluzioni, tutte reali fuorché due;
d. ha infinite soluzioni, due sole delle quali reali.

• $\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} e^{\frac{3}{x}}$
a. non esiste;
b. vale 0;
c. vale -1;
d. vale 1.

• Sia

$$f(x) := \frac{e^{x^2} - 1 - x^2}{ln(1 + 2x^6)},$$

definita nel suo dominio naturale. Allora
a. si ha $\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$;
b. si ha $\lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$;
c. si ha $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$;
d. si ha $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 4^{-x} + x$. Allora
a. f ammette massimo;
b. f ammette minimo positivo;
c. f ammette minimo negativo;
d. f è superiormente limitata, ma non ammette massimo.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^4 + ax^3 + 2x + 1$, con $a \in \mathbf{R}$. Allora:
a. Qualunque sia $a \in \mathbf{R}$, f non è mai convessa;
b. f è convessa se e solo se $a = 0$;
c. f è convessa se e solo se $a \geq 0$;
d. f è convessa se e solo se $a \leq 0$.

- Sia $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \arctan(x) - \frac{3}{x}$. Allora

a. f ammette minimo, ma non massimo;
b. f ammette massimo ma non minimo;
c. f è crescente in $\mathbf{R}^+$, ma non in tutto il suo dominio;
d. f è crescente nel suo dominio.

- $\int_2^4 \frac{\ln(x)}{(1+\ln(x))x} dx$

a. vale $\ln(4) + \ln(\frac{\ln(4)+1}{\ln(2)+1})$;
b. vale $\ln(4) - \ln(\frac{\ln(4)+1}{\ln(2)+1})$;
c. vale $\ln(2) + \ln(\frac{\ln(4)+1}{\ln(2)+1})$;
d. vale $\ln(2) - \ln(\frac{\ln(4)+1}{\ln(2)+1})$.

- $\int_0^{\frac{1}{3}} \arcsin(x) dx$ vale

a. $\frac{\arcsin(\frac{1}{3})}{3} - 1 + \frac{\sqrt{8}}{3}$;
b. $\frac{\arcsin(\frac{1}{3})}{3} + 1 - \frac{\sqrt{8}}{3}$;
c. $\frac{\arccos(\frac{1}{3})}{3} - 1 + \frac{\sqrt{8}}{3}$;
d. $\frac{\arccos(\frac{1}{3})}{3} + 1$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n := \sin(\frac{2}{n}) n^{-\frac{1}{2}}$. Allora

a. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente;
b. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente;
c. la successione $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ non ammette limite per $n \to +\infty$, ma è limitata;
d. la successione $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ non è limitata.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
19 settembre 2002

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{z \in \mathbf{C} : z^4 + 2iz^2 - 1 = 0\}$. Allora

a. A ha esattamente quattro elementi distinti;
b. A ha esattamente tre elementi distinti;
c. A ha esattamente due elementi distinti;
d. A ha un solo elemento.

• $\lim_{x \to -\infty} (1 - \frac{1}{\sqrt{3}})^{-x} x^{99}$

a. vale $+\infty$;
b. vale $-\infty$;
c. vale 0;
d. non esiste.

• Sia $f(x) = \frac{\tan(x)}{\tan(3x)}$, definita nel suo dominio naturale. Allora $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} f(x)$

a. non esiste, ma esistono i limiti per $x \to \frac{\pi}{2}^+$ e per $x \to \frac{\pi}{2}^-$;
b. vale 1;
c. vale -3;
d. vale 3.

• L'equazione $\frac{3}{\sqrt{x^2+9}} = \alpha$ ($\alpha \in \mathbf{R}$) ha soluzioni reali se e solo se

a. $-1 \leq \alpha \leq 1$;
b. $0 < \alpha \leq 1$;
c. $0 < \alpha \leq \frac{1}{3}$;
d. $\alpha > 0$.

• Sia $f(x) = \frac{x}{\ln(2x)}$, definita nel suo dominio naturale. Allora

a. f è crescente in $]0, \frac{1}{2}[$;
b. f è crescente in $]\frac{1}{2}, +\infty[$.
c. f è decrescente in $]0, \frac{1}{2}[$;
d. f è decrescente in $]\frac{1}{2}, +\infty[$.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x \arctan(3x)$. Allora

a. f è superiormente limitata, ma non ammette massimo;
b. f ammette massimo;
c. f è convessa;
d. f è concava.

- $\int_{-1}^{1}\sqrt{3-x^2-2x}dx$ vale

a. $\frac{\pi}{2}$;
b. π;
c. 2π;
d. 4π.

- $\int_{3}^{6}\frac{\ln(x)}{x}dx$ vale

a. $\ln(2)(\frac{\ln(2)}{2}+\ln(3))$;
b. $\ln(3)(\frac{\ln(2)}{2}+\ln(3))$;
c. $\frac{3}{2}\ln(3)\ln(2)$;
d. $\frac{3}{2}\ln^2(3)$.

- Sia, per $n\in\mathbf{N}$, $a_n := (1-\frac{1}{n})^{3n}$. Allora

a. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente;
b. esiste $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$, ma non è 0;
c. si ha $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente;
d. $a_n = o((1+\frac{1}{n})^{3n})$ $(n\to+\infty)$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
6 dicembre 2002

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse di $8z^{-4} + z^{-1} = 0$ ci sono

a. -2 e $-1 - i\sqrt{3}$.
b. -2 e $1 - i\sqrt{3}$.
c. 2 e $1 - i\sqrt{3}$.
d. 2 e $1 + i\sqrt{3}$.

• Sia $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^6 e^{-\frac{1}{x}}$. Allora

a. $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$.
b. $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$.
c. $\lim_{x\to 0^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$.
d. $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$.

• $\lim_{x\to 1} x^{\frac{4}{1-x}}$

a. non esiste.
b. esiste e vale 1.
c. esiste e vale e^{-4}.
d. esiste e vale e^4.

• L'equazione in $\mathbf{R}$ $x^4 + x = 2$

a. ha esattamente due soluzioni.
b. ha un'unica soluzione.
c. non ha soluzioni.
d. ha più di due soluzioni.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = 3\ln(x) - x^{\frac{1}{2}}$. Allora

a. $\min_{\mathbf{R}^+} f = 3\ln(36) - 6$.
b. $\max_{\mathbf{R}^+} f = 3\ln(36) - 6$.
c. $\min_{\mathbf{R}^+} f = 3\ln(36) - \sqrt{6}$.
d. $\max_{\mathbf{R}^+} f = 3\ln(36) - \sqrt{6}$.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = (1 + x^2)e^{4x}$. Allora

a. f è crescente e concava.
b. f è crescente e convessa.

c. f è decrescente e concava.
d. f è decrescente e convessa.

- $\int_{-6}^{-4} \frac{1}{x+2} dx$

a. vale $-\ln(2)$.
b. vale $\ln(2)$.
c. vale $-\ln(3)$.
d. non è definito.

- $\int_0^3 \frac{x}{(x+3)^3} dx$ vale

a. $\frac{1}{48}$.
b. $\frac{1}{24}$.
c. $\frac{1}{12}$.
d. $\frac{1}{6}$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n(n+3)(n+6)}}$. Allora

a. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ non ha limite per $n \to +\infty$.
b. esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n$ e tale limite non è 0.
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
d. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
19 dicembre 2002

Cognome e nome ....

• Il sistema in $\mathbf{C}$

$$\begin{cases} z^6 + 7z^3 - 8 = 0, \\ Re(z) < 0 \end{cases}$$

a. non ha soluzioni.
b. ha più di due soluzioni.
c. ha esattamente due soluzioni.
d. ha un'unica soluzione.

• $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x+3}{\sqrt{9x^2+1}}$
a. vale 0.
b. vale $\frac{1}{3}$.
c. vale $-\frac{1}{3}$.
d. non esiste.

• $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\cos(2x)-1+2x^2}{\tan(x)-x}$
a. vale 2.
b. vale 0.
c. vale $-\infty$.
d. non esiste.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{e^{3x}}{x}$. Allora $f(\mathbf{R}^+) =$
a. $[3e, +\infty[$.
b. $[6e, +\infty[$.
c. $]0, +\infty[$.
d. $[1, +\infty[$.

• Sia $f : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f(x) = (x-2)\sqrt{x}$. Allora
a. f è non crescente.
b. f è non decrescente.
c. f è concava.
d. f è convessa.

• Sia $f : [0, \frac{\pi}{6}[\to \mathbf{R}$, $f(x) = \tan(3x) - x$. Allora $\min\limits_{[0,\frac{\pi}{6}[} f$
a. non esiste.

b. esiste e vale -1.
c. esiste e vale 0.
d. esiste e vale 1.

- $\int_1^2 x^2 \ln(x)dx$ vale

a. $\frac{4}{3}\ln(2)$.
b. $\frac{8}{3}\ln(2) - \frac{1}{9}$.
c. $\frac{8}{3}\ln(2) - \frac{1}{9}$.
d. $\frac{8}{3}\ln(2) - \frac{7}{9}$.

- $\int_0^3 (9-x^2)^{\frac{3}{2}}dx =$

a. $\frac{243\pi}{2}$.
b. $\frac{243\pi}{4}$.
c. $\frac{243\pi}{8}$.
d. $\frac{243\pi}{16}$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = \frac{n}{2n^2+\cos(n)}$. Allora

a. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente.
b. si ha $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.
c. esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n$ e tale limite non è 0.
d. non esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
18 marzo 2003

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse di $(|z|^2 + 4)(z^4 - 4)^2 = 0$ ci sono
a. 2 e $-\sqrt{2}$.
b. -2 e 2.
c. -2 e $i\sqrt{2}$.
d. $-\sqrt{2}$ e $i\sqrt{2}$.

• $\lim_{x\to+\infty}(1 + \frac{1}{x^2})^{x+3}$
a. vale $+\infty$.
b. vale e.
c. vale 0.
d. vale 1.

• $\lim_{x\to 2}(\frac{x}{x-2} - \frac{1}{\ln(x)-\ln(2)})$
a. vale $+\infty$.
b. vale 2.
c. vale $\frac{1}{2}$.
d. non esiste.

• L'equazione in $\mathbf{R}$ $x^2e^x = \frac{1}{100}$
a. non ha soluzioni.
b. ha un'unica soluzione.
c. h aesattamente due soluzioni.
d. ha esattamente tre soluzioni.

• La funzione $f(x) = \frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$
a. è crescente in $[0, 4[$, ma non in tutto il suo dominio naturale.
b. è decrescente in $[0, 4[$.
c. è decrescente in $]4, +\infty[$.
d. è crescente in tutto il suo dominio naturale.

• La funzione $f(x) := \int_3^x \sin^5(t)dt$
a. è convessa in $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.
b. è concava in $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.
c. è convessa in $[0, \pi]$.
d. è concava in $[0, \pi]$.

- $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \tan(x)dx$

a. $\ln(\frac{2}{3})$.
b. $\ln(\frac{3}{2})$.
c. $\frac{1}{2}\ln(\frac{2}{3})$.
d. $\frac{1}{2}\ln(\frac{3}{2})$.

- $\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}dx$ vale

a. $4 + 2\ln(3)$.
b. $2 + 4\ln(3)$.
c. $3 - 2\sqrt{3} + 2\ln(1+\sqrt{3})$.
d. $4 + 3\ln(2+\sqrt{3})$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = \ln(\frac{n^2+2}{n^2})$. Allora

a. si ha $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ non converge.
b. la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente.
c. si ha $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = +\infty$.
d. non esiste $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
27 marzo 2003

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^3+8)[z^2-2(1+i)z+2i] = 0$ ci sono
a. $-1+i\sqrt{3}$ e $1+i$.
b. $1+i\sqrt{3}$ e $1+i$.
c. $1+i\sqrt{3}$ e $1-i$.
d. $2+i\sqrt{3}$ e $1-i$.

• $\lim\limits_{x\to -4^-} \frac{\cos(x)}{x+4} =$
a. $-\infty$.
b. $+\infty$.
c. $\sin(4)$.
d. non esiste.

• $\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin(3x))^{\frac{1}{x}}$
a. non esiste.
b. esiste e vale 1.
c. esiste e vale 3.
d. esiste e vale e^3.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}$. Allora
a. f è limitata.
b. f è superiormente limitata, ma non inferiormente limitata.
c. $\min\limits_{\mathbf{R}^+} f = 2$.
d. $\max\limits_{\mathbf{R}^+} f = 2$.

• L'equazione $x^3\ln(x) = -3$, $x \in \mathbf{R}^+$
a. non ha soluzioni.
b. ha esattamente una soluzione.
c. ha esattamente due soluzioni.
d. ha più di due soluzioni.

• La funzione $f(x) = 2x + \arcsin(x)$, definita nel suo dominio naturale,
a. è concava.
b. è convessa.
c. è convessa in $[-1,0]$, concava in $[0,1]$.

d. è concava in $[-1,0]$, convessa in $[0,1]$.

- $\int_1^2 \frac{x^3}{x^2+1}dx$ vale

a. $-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\ln(5)$.
b. $-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\ln(\frac{5}{2})$.
c. $\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\ln(\frac{5}{2})$.
d. $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\ln(\frac{5}{2})$.

- $\int_1^3 \ln^2(x)dx$ vale

a. $\ln^2(3)-\ln(9)-4$.
b. $3[\ln^2(3)-\ln(9)]-4$.
c. $3[\ln^2(3)-\ln(9)]+4$.
d. $\ln^2(3)-\ln(9)+4$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = \frac{2}{3^n}$. Allora

a. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ è monotona crescente.
b. la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.
c. la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente e ha somma 1.
d. la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente e ha somma 2.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
18 giugno 2003

Cognome e nome ....

• Tra gli zeri complessi di $z^5 + 2z^2 = 0$ ci sono

a. $2^{-\frac{1}{3}}(1+i\sqrt{3})$ e $-\sqrt[3]{2}$.

b. $2^{-\frac{2}{3}}(1+i\sqrt{3})$ e $-\sqrt[3]{2}$.

c. $2^{-\frac{2}{3}}(1+i\sqrt{3})$ e $\sqrt[3]{2}$.

d. $1+i\sqrt[3]{3}$ e $\sqrt[3]{2}$.

• $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{16-12x^2+14x^4-x^6}{16-12x^2+3x^3}$

a. vale $-\infty$.

b. vale 1.

c. non esiste.

d. vale $+\infty$.

• $\lim\limits_{x\to 0} \frac{[1-\cos(2x)]^2}{x^4+x^5}$

a. vale 0.

b. vale 1.

c. vale 2.

d. vale 4.

• L'equazione $3x^8 - x + 1 = 0$

a. ha esattamente due soluzioni reali

b. ha esattamente una soluzione reale.

c. non ha soluzioni reali.

d. ha infinite soluzioni reali.

• Sia $f : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sin^2(x) - 2\cos(x)$. Allora

a. $\max f = -2$.

b. $\min f = -2$.

c. $\max f = 1$.

d. $\min f = 2$.

• La funzione dell'esercizio precedente

a. è convessa in $[0, \pi]$.

b. è concava in $[\pi, 2\pi]$.

c. non è convessa né concava, sia in $[0, \pi]$ che in $[\pi, 2\pi]$.

d. è concava in $[0, \pi]$, convessa in $[\pi, 2\pi]$.

- $\int_0^{\frac{5\pi}{2}} \sin^5(x)\cos(x)dx$ vale

a. $\frac{2}{3}$.
b. $\frac{1}{3}$.
c. $\frac{1}{6}$.
d. $\frac{1}{12}$.

- $\int_1^3 x\ln^2(x)dx$ vale

a. $\frac{9}{2}(\ln^2(3)-\ln(3))+2$.
b. $9(\ln^2(3)-\ln(3))+2$.
c. $9(\ln^2(3)-\ln(3))+1$.
d. $9\ln^2(3)-3\ln(3)+1$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{(n+1)!}$

a. è assolutamente convergente.
b. è convergente, ma non assolutamente convergente.
c. ha la successione dei termini che tende a 0, ma non è convergente.
d. ha la successione dei termini che non tende a 0.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
10 luglio 2003

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^4+16)(|z|-1)=0$ ci sono
a. $2-2i$ e $\cos(2)+i\sin(2)$.
b. $\sqrt{2}-i\sqrt{2}$ e $\cos(2)+i\sin(2)$.
c. $\sqrt{2}-i\sqrt{2}$ e $\frac{\cos(2)}{2}+i\frac{\sin(2)}{2}$.
d. $\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\frac{\cos(2)}{2}+i\frac{\sin(2)}{2}$.

• $\lim_{x\to-\infty}(1-\frac{1}{x^2})^{(x^7)}$
a. vale e.
b. vale $\frac{1}{e}$.
c. vale $+\infty$.
d. vale 0.

• $\lim_{x\to+\infty}[\frac{1}{2x}-\sin(\frac{1}{2x})]x^2$
a. non esiste.
b. vale 0.
c. vale $+\infty$.
d. vale $-\infty$.

• Sia $f:\mathbf{R}^+\to\mathbf{R}$, $f(x)=\ln(3x)-x$. Allora l'immagine $f(\mathbf{R}^+)$ coincide con
a. $[\ln(3)+1,+\infty[$.
b. $[\ln(3)-1,+\infty[$.
c. $]-\infty,\ln(3)+1]$.
d. $]-\infty,\ln(3)-1]$.

• Consideriamo la funzione $f(x):=\ln(\ln(2x))-\ln(x)$, definita nel suo dominio naturale. Allora
a. f è decrescente.
b. f è crescente.
c. f è decrescente in $]\frac{1}{2},\frac{e}{2}]$, crescente in $[\frac{e}{2},+\infty[$.
d. f è crescente in $]\frac{1}{2},\frac{e}{2}]$, decrescente in $[\frac{e}{2},+\infty[$.

• Sia $F:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $F(x)=\int_0^x\sin(3t^2)dt$. Allora
a. F è concava in $[-\sqrt{\frac{\pi}{6}},\sqrt{\frac{\pi}{6}}]$.
b. F è convessa in $[-\sqrt{\frac{\pi}{6}},\sqrt{\frac{\pi}{6}}]$.

c. F è concava in $[-\sqrt{\frac{\pi}{6}}, 0]$, convessa in $[0, \sqrt{\frac{\pi}{6}}]$.

d. F è convessa in $[-\sqrt{\frac{\pi}{6}}, 0]$, concava in $[0, \sqrt{\frac{\pi}{6}}]$.

- $\int_1^2 \frac{x^3}{x^2+2} dx$ vale

a. $\frac{3}{4} - 2\ln(2)$.
b. $\frac{3}{2} - 2\ln(2)$.
c. $\frac{3}{2} - \ln(2)$.
d. $3 - \ln(2)$.

- $\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ vale

a. $\frac{1}{2}[\arcsin(\frac{1}{3}) - \frac{\sqrt{8}}{9}]$.
b. $\arcsin(\frac{1}{3}) - \frac{\sqrt{8}}{9}$.
c. $\arcsin(\frac{1}{\sqrt{3}}) - \frac{\sqrt{8}}{9}$.
d. $\arcsin(\frac{1}{\sqrt{3}}) + \frac{\sqrt{8}}{9}$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2+1}{(n+2)^\beta}$, con $\beta \in \mathbf{R}$,

a. converge se e solo se $\beta \geq 3$.
b. converge se e solo se $\beta > 3$.
c. converge se e solo se $\beta \geq 2$.
d. converge se e solo se $\beta > 2$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
11 settembre 2003

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione

$$(|z+i| - |z|)(z^3 + 8i) = 0$$

ci sono
a. $-1 - \frac{i}{2}$ e $-\sqrt{3} - i$.
b. $-1 - i$ e $-\sqrt{3} - i$.
c. $-1 - i$ e $-2\sqrt{3} - i$.
d. $-1 + i$ e $-2\sqrt{3} - i$.

• Vale:
a. $x \ln(x^{\frac{1}{3}}) = o(x^{\frac{1}{3}} \ln(x))$ per $x \to +\infty$.
b. $x^{\frac{1}{3}} \ln(x^{\frac{1}{3}}) = o(x^{\frac{1}{6}} \ln(x))$ per $x \to +\infty$.
c. $x \ln(x^{\frac{1}{3}}) = o(x^{\frac{1}{3}} \ln(x))$ per $x \to 0$.
d. $x^{\frac{1}{3}} \ln(x) = o(x \ln(x^{\frac{1}{3}}))$ per $x \to 0$.

• $\lim\limits_{x \to +\infty} x[\arctan(x) - \frac{\pi x}{2(x+2)}]$
a. vale $\pi - 1$.
b. vale π.
c. vale $\pi + 1$.
d. non esiste.

• L'equazione $x - 2x^4 = \frac{5}{8}$
a. ha più di due soluzioni reali
b. non ha soluzioni reali.
c. ha un'unica soluzione reale.
d. ha esattamente due soluzioni reali.

• La funzione $f(x) = 2x + \arccos(\frac{1}{x})$
a. è crescente nel suo dominio naturale.
b. è crescente in $[1, +\infty[$, ma non nel suo dominio naturale.
c. non si annulla mai nel suo dominio naturale.
d. è limitata.

• La funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + x^2 + x + 1$
a. è convessa.

b. è concava.
c. non è né concava, né convessa.
d. è monotona.

- $\int_2^3 \frac{\ln(\ln(x))}{x} dx$ vale

a. $\ln(3)\ln(\ln(3)) + \ln(2)\ln(\ln(2)) + \ln(\frac{3}{2})$.
b. $\ln(3)\ln(\ln(3)) + \ln(2)\ln(\ln(2)) - \ln(\frac{3}{2})$.
c. $\ln(3)\ln(\ln(3)) - \ln(2)\ln(\ln(2)) - \ln(\frac{3}{2})$.
d. $\ln(2)\ln(\ln(2)) - \ln(3)\ln(\ln(3)) - \ln(\frac{3}{2})$.

- $\int_3^4 \frac{x^3+2x}{x^2+1} dx$ vale

a. $7 + \ln(\frac{17}{10})$.
b. $\frac{1}{2}[7 + \ln(\frac{17}{10})]$.
c. $\frac{1}{2}[6 + \ln(\frac{17}{10})]$.
d. $\frac{1}{2}[6 + \ln(\frac{8}{5})]$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^{\frac{3}{2}}}$

a. è assolutamente convergente.
b. è convergente, ma non assolutamente convergente.
c. ha la successione delle somme parziali tendente a $+\infty$.
d. ha la successione delle somme parziali tendente a $-\infty$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
2 ottobre 2003

Cognome e nome ....

• Si considerino le soluzioni complesse dell'equazione $(z-2i)^4 = -1$. Allora
a. esistono esattamente due soluzioni con parte reale nulla.
b. esiste esattamente una soluzione con parte reale nulla.
c. tutte le soluzioni hanno parte immaginaria positiva.
d. tutte le soluzioni hanno parte immaginaria negativa.

• $\lim_{x \to -\frac{3\pi}{2}} \frac{cos(x)}{-\frac{3\pi}{2}-x}$
a. esiste e vale -1.
b. esiste e vale 0.
c. non esiste.
d. esiste e vale 1.

• $\lim_{x \to \frac{5\pi}{2}} \sin(x)^{\frac{1}{\frac{5\pi}{2}-x}}$
a. non esiste.
b. esiste e vale 0.
c. esiste e vale 1.
d. esiste e vale $+\infty$.

• L'equazione $(3+x^2)e^{-x^2} = \beta$ ha soluzioni reali se e solo se
a. $0 \leq \beta < 3$.
b. $0 \leq \beta \leq 3$.
c. $0 < \beta \leq 3$.
d. $0 < \beta < 3$.

• La funzione $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(x) - \arctan(2x)$
a. è decrescente.
b. è decrescente in $[\frac{1}{2}, 2]$, ma non in $\mathbf{R}^+$.
c. è crescente in $[\frac{1}{2}, 2]$, ma non in $\mathbf{R}^+$.
d. è crescente.

• La funzione $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^{-\frac{1}{3}} \ln(x)$
a. è concava in $[e^{\frac{5}{4}}, +\infty[$, ma non in $\mathbf{R}^+$.
d. è concava in $\mathbf{R}^+$.
c. è convessa in $[e^{\frac{15}{4}}, +\infty[$, ma non in $\mathbf{R}^+$.

d. è convessa in $\mathbf{R}^+$.

- $\int_0^1 x\ 2^x dx$ vale

a. $\frac{2\ln(2)-1}{\ln^2(2)}$.
b. $\frac{\ln(2)-1}{\ln^2(2)}$.
c. $\frac{\ln(2)-2}{\ln^2(2)}$.
d. $\frac{\ln(2)-2}{\ln(2)}$.

- $\int_0^{\frac{1}{3}} x\ \arctan(3x)dx$ vale

a. $\frac{\pi-2}{36}$.
b. $\frac{\pi^2-2}{36}$.
c. $\frac{\pi^2-1}{36}$.
d. $\frac{\pi^2-1}{18}$.

- La serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin(n)}{n\sqrt[4]{n}-\sqrt{n}}$

a. è assolutamente convergente.
b. è convergente, ma non assolutamente.
c. non è convergente, ma ha la successione dei termini tendente a 0.
d. ha la successione dei termini che non tende a 0.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
16 dicembre 2003

Cognome e nome ....

• Tra le radici complesse dell'equazione $(z-2)^6 = -64$ ci sono

a. $2-2i$ e $2-\sqrt{3}-i$.
b. $3-3i$ e $2-\sqrt{3}-i$.
c. $3-3i$ e $2-i$.
d. $2-2i$ e $2-i$.

• $\lim_{x\to+\infty} (\frac{1+e^x}{e^x})^{\frac{e^x}{3}}$

a. $= e^{\frac{1}{3}}$.
b. $= \frac{e}{3}$.
c. $= 1$.
d. $= +\infty$.

• $\lim_{x\to 0} \frac{e^{4x^2}-1-4x^2}{\sin^2(x)[1-\cos(x)]}$

a. non esiste.
b. $= 0$.
c. $= 8$.
d. $= 16$.

• L'equazione $|x| - \arctan(\frac{x}{2}) = \beta$, con $\beta \in \mathbf{R}$, ha soluzioni reali se e solo se

a. $\beta \geq 0$.
b. $\beta > -1$.
c. $\beta \leq 0$.
d. $\beta < -1$.

• La funzione $f(x) = \arctan(\frac{x-1}{x+3}) - x$, definita nel suo dominio naturale,

a. è decrescente.
b. è decrescente in $]-\infty, -3[$ e in $]-3, +\infty[$, ma non in $]-\infty, -3[\cup]-3, +\infty[$.
c. è crescente.
d. è crescente in $]-\infty, -3[$ e in $]-3, +\infty[$, ma non in $]-\infty, -3[\cup]-3, +\infty[$.

• La funzione $f(x) = \arcsin(-x) - 4x$

a. è convessa in $[-1, 0]$, concava in $[0, 1]$.
b. è concava in $[-1, 0]$, convessa in $[0, 1]$.
c. è convessa.
d. è concava.

- $\int_1^2 \ln(x)dx$

a. vale $2\ln(2) - 1$.
b. vale $3\ln(2) - 1$.
c. vale $3\ln(2)$.
d. vale $\ln(2)$.

- $\int_1^2 \frac{1}{x^3+3x} dx =$

a. $\frac{1}{6}\ln(\frac{4}{7})$.
b. $\frac{1}{6}\ln(\frac{8}{7})$.
c. $\frac{1}{6}\ln(\frac{16}{7})$.
d. $\frac{1}{3}\ln(\frac{16}{7})$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = (e^{\frac{4}{n}} - 1)^2$. Allora

a. si ha $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ non converge.
b. la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente.
c. la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.
d. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ non converge a 0.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
12 gennaio 2004

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^3+8i)(z^2-4z+5)=0$ ci sono:
a. $1-i$ e $-2i$.
b. $-3-i$ e $-2i$.
c. $-3-i$ e $2-i$.
d. $-\sqrt{3}-i$ e $2-i$.

• $\lim_{x\to\frac{7\pi}{2}} \dfrac{\sin(x)}{(x-\frac{7\pi}{2})^4}$
a. vale -1.
b. vale $+\infty$.
c. vale $-\infty$.
d. non esiste.

• $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{(x^2+4)^{\frac{5}{2}}-x^5}{x^3}$
a. vale 5.
b. vale 10.
c. vale $+\infty$.
d. vale 0.

• L'equazione $x^4-x^3+x^2-2=0$
a. non ha soluzioni reali.
b. ha un'unica soluzione reale.
c. ha esattamente due soluzioni reali.
d. ha più di due soluzioni reali.

• La funzione $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{x}{3}-\sin^2(x)$
a. è crescente in $[0,\pi]$.
b. è decrescente in $[0,\frac{\arcsin(\frac{1}{3})}{2}]$.
c. è crescente in $[\frac{\arcsin(\frac{1}{3})}{2},\frac{\pi}{2}-\frac{\arcsin(\frac{1}{3})}{2}]$, ma non in $[0,\pi]$.
d. è decrescente in $[\frac{\arcsin(\frac{1}{3})}{2},\frac{\pi}{2}-\frac{\arcsin(\frac{1}{3})}{2}]$.

• Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=4x+\int_0^x e^{4t^2}dt$. Allora
a. f è convessa.
b. f è concava.

c. f è concava in $]-\infty, 0]$, convessa in $[0, +\infty[$.
d. f è convessa in $]-\infty, 0]$, concava in $[0, +\infty[$.

- $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \arccos(x)dx =$

a. $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{4\sqrt{2}}$.
b. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{4\sqrt{2}}$.
c. $1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{4\sqrt{2}}$.
d. $1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$.

- $\int_1^2 \frac{1}{x^2(x+2)}dx =$

a. $\frac{1}{4}(1 - \ln(\frac{3}{2}))$.
b. $\frac{1}{2}(1 - \ln(\frac{3}{2}))$.
c. $\frac{1}{2}(2 - \ln(\frac{3}{2}))$.
d. $\frac{1}{2}(2 - \ln(3)))$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = (-1)^n \frac{n}{2^n}$. Allora

a. $\lim\limits_{n\to+\infty} a_{2n} = +\infty$.
b. si ha $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente
c. la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
d. la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
24 marzo 2004

Cognome e nome ....

• Le soluzioni complesse dell'equazione $z^2 + e^i z + 2e^{2i} = 0$ sono
a. $e^i(\frac{-1+i\sqrt{7}}{2})$ e $e^i(\frac{-1-i\sqrt{7}}{2})$.
b. $e^i(-1+i\sqrt{7})$ e $e^i(-1-i\sqrt{7})$.
c. $e^{2i}(\frac{-1+i\sqrt{7}}{2})$ e $e^i(\frac{-1-i\sqrt{7}}{2})$.
d. $e^{2i}(-1+i\sqrt{7})$ e $e^i(-1-i\sqrt{7})$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{\frac{3}{2}}(1-e^{-\frac{1}{x}})$
a. $=+\infty$.
b. $=-\infty$.
c. $=1$.
d. $=0$.

• $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(3x)-3x}{x^3}\ln(x^4)$
a. $=+\infty$.
b. $=-\infty$.
c. $=-\frac{9}{2}$.
d. $=0$.

• L'equazione in $\mathbf{R}^+$ $\ln(\frac{x}{4}) = x^2$
a. non ha soluzioni.
b. ha un'unica soluzione.
c. ha esattamente due soluzioni.
d. ha più di due soluzioni.

• La funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \cos(2x) + x$,
a. è crescente.
b. è crescente in $[0, \frac{\pi}{4}]$, decrescente in $[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}]$.
c. è crescente in $[0, \frac{\pi}{6}]$, decrescente in $[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}]$.
d. è crescente in $[0, \frac{\pi}{12}]$, decrescente in $[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$.

• La funzione $f(x) = \frac{x}{x+3}$
a. è convessa sia in $]-\infty, -3[$, che in $]-3, +\infty[$.
b. è concava sia in $]-\infty, -3[$, che in $]-3, +\infty[$.
c. è concava in $]-\infty, -3[$, convessa in $]-3, +\infty[$.
d. è convessa in $]-\infty, -3[$, concava in $]-3, +\infty[$.

- $\int_{\frac{7\pi}{10}}^{\pi} \tan(x)dx =$

a. $\ln(\cos(\frac{7\pi}{10}))$.
b. $-\ln(\cos(\frac{7\pi}{10}))$.
c. $\ln(-\cos(\frac{7\pi}{10}))$.
d. $-\ln(-\cos(\frac{7\pi}{10}))$.

- $\int_0^2 \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}+1} dx =$

a. $\frac{3(2^{\frac{1}{3}}-2)}{2^{\frac{2}{3}}} + 3\ln(1+2^{\frac{1}{3}})$.
b. $\frac{3(2^{\frac{1}{3}}+2)}{2^{\frac{2}{3}}} + 3\ln(1+2^{\frac{1}{3}})$.
c. $\frac{3(2^{\frac{1}{3}}+2)}{2^{\frac{2}{3}}} - 3\ln(1+2^{\frac{1}{3}})$.
d. $\frac{2^{\frac{1}{3}}+2}{2^{\frac{2}{3}}} - 3\ln(1+2^{\frac{1}{3}})$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+3)!}{(n+5)!}$

a. ha la successione dei termini che non tende a 0.
b. ha la successione dei termini tendente a 0, ma non è convergente.
c. è convergente, ma non assolutamente convergente.
d. è assolutamente convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
7 aprile 2004

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^4+16)(z^2-4z+5)=0$ ci sono

a. $-2-2i$ e $2+i$.
b. $-\sqrt{2}-2i$ e $2+i$.
c. $-\sqrt{2}-2i$ e $2-i$.
d. $-\sqrt{2}-i\sqrt{2}$ e $2-i$.

• $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}^+} \frac{\cos(5x)}{x-\frac{\pi}{4}}$

a. $=-\infty$.
b. $=+\infty$.
c. $=-\frac{5}{\sqrt{2}}$.
d. $=\frac{5}{\sqrt{2}}$.

• $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+4x}-\sqrt{x^2+4})$

a. $=+\infty$.
b. $=0$.
c. $=2$.
d. $=4$.

• L'equazione $\frac{x^5}{5}+\frac{x^3}{3}=-2$

a. ha un numero finito, maggiore di uno, di soluzioni reali.
b. ha infinite soluzioni reali.
c. non ha soluzioni reali.
d. ha un'unica soluzione reale.

• Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=3x^3-\arctan(x)$. Allora

a. f è crescente in $\mathbf{R}$.
b. f è crescente in $\mathbf{R}^+$, ma non in $\mathbf{R}$.
c. f è concava in $]-\infty,0]$.
d. f è convessa in $]-\infty,0]$.

• Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=4e^{x^2}+\int_0^x e^{t^2}dt$. Allora

a. f è crescente in $\mathbf{R}$.
b. f è crescente in $]-\infty,0]$, ma non in $\mathbf{R}$.
c. f è concava in $]-\infty,0]$.

d. f è convessa in $]-\infty, 0]$.

- $\int_0^1 \ln(\frac{1}{2+x})dx =$

a. $4\ln(4) - 5\ln(5)$.
b. $1 + 4\ln(4) - 5\ln(5)$.
c. $1 + 2\ln(2) - 3\ln(3)$.
d. $1 + 3\ln(3) - 4\ln(4)$.

- $\int_0^3 \frac{x}{x^2+2x+1}dx =$

a. $\ln(4) - \frac{3}{4}$.
b. $\ln(5) - \frac{4}{5}$.
c. $\ln(3) - \frac{2}{3}$.
d. $\ln(2) - \frac{1}{2}$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(1-\frac{1}{n})^{2n}$

a. ha la successione dei termini che tende a 0, ma non è convergente.
b. è convergente, ma non assolutamente convergente.
c. è assolutamente convergente.
d. ha la successione dei termini che non tende a 0.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
5 luglio 2004

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse di $(z^3 - 8i)(z^2 + 4z + 1) = 0$ ci sono
a. $-\sqrt{3} + i$ e $-2 + \sqrt{3}$.
b. $-\sqrt{3} + i$ e $-2 + \sqrt{2}$.
c. $-\sqrt{3} + 2i$ e $-2 + \sqrt{2}$.
d. $-\sqrt{3} + 2i$ e -2.

• $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^5 + x^3}{(3-x)^4 + x^3}$
a. $= 0$.
b. $= 81$.
c. $= +\infty$.
d. $= -\infty$.

• $\lim\limits_{x \to 0} (\frac{1}{2x} - \frac{1}{\sin(2x)})x$
a. $= 0$.
b. $= \frac{1}{2}$.
c. $= -\infty$.
d. non esiste.

• L'equazione $x^4 - 3x = a$, con $a \in \mathbf{R}$, ha soluzioni reali se e solo se
a. $a \geq -\frac{9}{4}\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$
b. $a \geq -\frac{9}{8}\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$
c. $a \leq -\frac{9}{8}\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$
d. $a \geq 0$.

• La funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sin(2x) - x$
a. è crescente in $[-\frac{\pi}{6}, 0]$, decrescente in $[0, \frac{\pi}{6}]$.
b. è decrescente in $[-\frac{\pi}{6}, 0]$, crescente in $[0, \frac{\pi}{6}]$.
c. è crescente in $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$.
d. è decrescente in $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \cos(3x) + ax^2$, con $a \in \mathbf{R}$. Allora f è convessa se e solo se
a. $a \leq 9$.
b. $a \leq \frac{9}{2}$.
c. $a \geq 9$.

d. $a \geq \frac{9}{2}$.

- $\int_0^\pi \sin^3(x)dx =$

a. $\frac{4}{3}$.
b. $\frac{2}{3}$.
c. $\frac{1}{3}$.
d. 0.

- $\int_0^2 \frac{1}{x^2+x+1}dx =$

a. $\frac{1}{\sqrt{3}}[\arctan(\frac{4}{\sqrt{3}}) - \arctan(\frac{2}{\sqrt{3}})]$.
b. $\frac{2}{\sqrt{3}}[\arctan(\frac{4}{\sqrt{3}}) - \arctan(\frac{2}{\sqrt{3}})]$.
c. $\frac{2}{\sqrt{3}}[\arctan(\frac{5}{\sqrt{3}}) - \arctan(\frac{2}{\sqrt{3}})]$.
d. $\frac{2}{\sqrt{3}}[\arctan(\frac{5}{\sqrt{3}}) - \arctan(\frac{1}{\sqrt{3}})]$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+3})$

a. è assolutamente convergente.
b. è convergente, ma non assolutamente convergente.
c. ha la successione dei termini che tende a 0, ma non è convergente.
d. ha la successione dei termini che non tende a 0.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
19 luglio 2004

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $z^6 + 64 = 0$ ci sono

a. $2i$ e $-\sqrt{3} - i$.
b. $-\sqrt{3} - 2i$ e $-\sqrt{3} - i$.
c. $-\sqrt{3} - 2i$ e $-\sqrt{3} + 2i$.
d. $2i$ e $-\sqrt{3} + 2i$.

• $\lim_{x \to -\infty} (1 + \frac{1}{3x})^{-x}$

a. $= 1$.
b. $= 0$.
c. $= e^{1/3}$.
d. $= e^{-1/3}$.

• $\lim_{x \to 0} \frac{(1+x^2)^{\frac{1}{4}} - 1}{\ln(1+x^2)}$

a. $= 1$.
b. $= \frac{1}{2}$.
c. $= \frac{1}{4}$.
d. $= \frac{1}{8}$.

• L'equazione $\frac{x^3+1}{x} = 1$

a. non ha soluzioni in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$.
b. ha più di due soluzioni in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$.
c. ha un'unica soluzione in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$, che è positiva.
d. ha un'unica soluzione in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$, che è negativa.

• La funzione $f(x) = \arctan(\frac{1}{2-|x|})$

a. è decrescente in $]-2, 2[$.
b. è crescente in $]-2, 2[$.
c. è decrescente in $]-2, 0]$, crescente in $[0, 2[$.
d. è crescente in $]-2, 0]$, decrescente in $[0, 2[$.

• La funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = -x^4 - x^3 - 2x^2$

a. è convessa in $]-\infty, 0]$, concava in $[0, +\infty[$.
b. è concava in $]-\infty, 0]$, convessa in $[0, +\infty[$.
c. è convessa.
d. è concava.

- $\int_{-1}^{3}\sqrt{4-(x-1)^2}dx =$

a. π.
b. 2π.
c. 3π.
d. $\frac{9\pi}{2}$.

- $\int_{1}^{4}\frac{\ln^2(x)}{x}dx =$

a. $\frac{\ln^3(5)}{3}$.
b. $\frac{\ln^3(3)}{3}$.
c. $\frac{\ln^3(2)}{3}$.
d. $\frac{\ln^3(4)}{3}$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \arctan(\frac{n}{n+2})$

a. è assolutamente convergente.
b. è convergente, ma non assolutamente convergente
c. ha la successione dei termini che non tende a 0.
d. ha la successione dei termini che tende a 0, ma non è convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
14 settembre 2004

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $z^4 + 8z = 0$ ci sono
a. $1 + i\sqrt{2}$ e $1 - i\sqrt{2}$.
b. -2 e $1 - i\sqrt{2}$.
c. -2 e $1 - i\sqrt{3}$.
d. 2 e $1 - i\sqrt{3}$.

• $\lim_{x\to 6\pi} \frac{\cos(x)}{x-6\pi}$
a. $= 0$.
b. $= +\infty$.
c. non esiste, in quanto $\lim_{x\to 6\pi^-} \frac{\cos(x)}{x-6\pi} < \lim_{x\to 6\pi^+} \frac{\cos(x)}{x-6\pi}$.
d. non esiste, in quanto $\lim_{x\to 6\pi^+} \frac{\cos(x)}{x-6\pi} < \lim_{x\to 6\pi^-} \frac{\cos(x)}{x-6\pi}$.

• $\lim_{x\to 1} \frac{(\ln(x)-x+1)(x^{2x}-1)}{(x-1)^2}$
a. non esiste.
b. $= 0$.
c. $= 1$.
d. $= 2$.

• L'equazione $x^x = y (x \in \mathbf{R}^+)$ ammette delle soluzioni se e solo se
a. $y \geq e^{-1/(2e)}$.
b. $y > e^{-1/(2e)}$.
c. $y \geq e^{-1/e}$.
d. $y > e^{-1/e}$.

• L'equazione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + ax + b$, con a e b reali, è crescente se e solo se
a. $a \geq 0$, $b \geq 0$.
b. $a > 0$, $b \geq 0$.
c. $a \geq 0$.
d. $a > 0$.

• La funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 1/(x^2 + 1)$
a. è concava.
b. è concava in $]-\infty, -1/\sqrt{3}]$, ma non in $\mathbf{R}$.
c. è convessa.

d. è convessa in $]-\infty, -1/\sqrt{3}]$, ma non in $\mathbf{R}$.

- $\int_0^\pi \sin(x^5) x^4 dx$

a. 0.
b. 1/5.
c. $= (1 - \cos(\pi^5))/5$.
d. $= 2/5$.

- $\int_1^2 \frac{x^2+1}{x^2+x} dx =$

a. $1 + \ln(8/9)$.
b. $1 + \ln(2/3)$.
c. $1 - \ln(2/3)$.
d. $\ln(3/2)$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos(1/n))$

a. ha la successione dei termini che non tende a 0.
b. ha la successione dei termini che tende a 0, ma non è convergente.
c. è assolutamente convergente.
d. è convergente, ma non assolutamente convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
28 settembre 2004

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z-1)^3 = -1$ ci sono
a. 1 e $(1-i\sqrt{3})/2$.
b. 0 e $(1-i\sqrt{3})/2$.
c. 0 e $(3-i\sqrt{3})/2$.
d. 1 e $(3-i\sqrt{3})/2$.

• $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x-|x|^{1/2}}{x+|x|^{3/2}} =$
a. $+\infty$.
b. $-\infty$.
c. 0.
d. non esiste.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} [\sin(1/x) - 1/x]x^3$
a. $= 0$.
b. $= +\infty$.
c. $= -1/6$.
d. $= 1/6$.

• L'equazione $e^x + x^3 = y$, con $y \in \mathbf{R}$ assegnato,
a. ha soluzioni reali se e solo se $y \geq 0$.
b. ha soluzioni reali se e solo se $y \geq -8$.
c. ha soluzioni reali se e solo se $y > -8$.
d. ha soluzioni reali qualunque sia $y \in \mathbf{R}$.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^{1/x}$. Allora
a. f è decrescente.
b. f è crescente.
c. f è decrescente in $]0, e]$, crescente in $[e, +\infty[$.
d. f è crescente in $]0, e]$, decrescente in $[e, +\infty[$.

• La funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^4 + ax^2$, con $a \in \mathbf{R}$ è convessa se e solo se
a. $a \leq 0$.
b. $a \geq 0$.
c. $a \geq 1$.
d. $a \geq 2$.

- $\int_1^2 \ln(1/x)\frac{1}{x^2}dx =$

a. $(\ln(2)-1)/2$.
b. $(\ln(1/2)-1)/2$.
c. $\ln(1/2)/2$.
d. $-\ln(2)$.

- $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x}dx =$

a. $\ln(1+e)$.
b. $\ln((1+e)/2)$.
c. $\ln(e-1)$.
d. $\ln((e-1)/2)$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(1-1/n)^{2n}$

a. ha la successione dei termini che non tende a 0.
b. ha la successione dei termini che tende a 0, ma non è convergente.
c. è assolutamente convergente.
d. è convergente, ma non assolutamente convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
9 dicembre 2004

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^3 - 8i^3)(2|z| - 1) = 0$ ci sono
a. $-\sqrt{3} - i$ e $\frac{e^{18i}}{2i}$.
b. $-\sqrt{3} + i$ e $\frac{e^{18i}}{2i}$.
c. $-\sqrt{3} + i$ e $\frac{e^{18i}}{\sqrt{2}i}$.
d. $-\sqrt{3} - i$ e $\frac{e^{18i}}{\sqrt{2}i}$.

• $\lim_{x \to +\infty} x \ln(\frac{x}{x-3})$
a. $= 3$.
b. $= 1$.
c. $= 0$.
d. $= +\infty$.

• $\lim_{x \to 0} \frac{[\sin(4x) - 4x] \ln(x)}{x^{\frac{5}{2}}}$
a. $= -\infty$.
b. $= -4$.
c. $= +\infty$.
d. $= 0$.

• L'equazione $e^{2x} - cx = 0$, con $c \in \mathbf{R}^+$, ammette soluzioni reali se e solo se
a. $c \geq 2e$.
b. $c \geq 3e$.
c. $c \geq 4e$.
d. $c \geq 0$.

• La funzione $f(x) = \arcsin(\frac{1}{3x})$, definita nel suo dominio naturale,
a. è decrescente.
b. è crescente in $]-\infty, -\frac{1}{3}]$, decrescente in $[\frac{1}{3}, +\infty[$.
c. è crescente in $]-\infty, -\frac{1}{3}]$ e in $[\frac{1}{3}, +\infty[$, ma non complessivamente crescente.
d. è decrescente in $]-\infty, -\frac{1}{3}]$ e in $[\frac{1}{3}, +\infty[$, ma non complessivamente decrescente.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{4 + x^2}$. Allora
a. f è concava.
b. f è convessa.

c. f è convessa in $]-\infty, 0]$, concava in $[0, +\infty[$.
d. f è concava in $]-\infty, 0]$, convessa in $[0, +\infty[$.

- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{16}(x)\sin(2x)dx =$

a. 1.
b. $\frac{1}{9}$.
c. $\frac{1}{10}$.
d. $\frac{1}{11}$.

- $\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}dx =$

a. $2(1-\sqrt{2}+\ln(1+\sqrt{2}))$.
b. $2(\frac{3}{2}-\sqrt{3}+\ln(1+\sqrt{3}))$.
c. $2\ln(3))$.
d. $3\ln(2)$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{4\alpha}}{\sqrt[3]{n^4+4}}$ converge se e solo se

a. $\alpha < \frac{1}{12}$.
b. $\alpha < \frac{1}{6}$.
c. $\alpha < \frac{1}{9}$.
d. $\alpha \geq 0$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
20 dicembre 2004

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse delkl'equazione $(z-2)^6+1=0$ ci sono
a. $2-i/2$ e $\frac{12+\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$.
b. $2-i/2$ e $\frac{4+\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$.
c. $2-i$ e $\frac{4+\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$.
d. $2-i$ e $\frac{2+\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty}(1+\frac{1}{x^3})^{(x^{-3})}$
a. $=e^3$.
b. $=1$.
c. $=e$
d $=e^{-1}$.

• $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin(x/4)-\sin(x/4)}{x^3}$
a. $=0$.
b. $=1/24$.
c. $=1/81$.
d. $=1/192$.

• L'equazione $x^2=\ln(x)$ $(x\in\mathbf{R}^+)$
a. ha un'unica soluzione.
b. ha esattamente due soluzioni.
c. ha più di due soluzioni.
d. non ha soluzioni.

• Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2e^{-3x}$. Allora
a. $2/3$ è un punto di massimo relativo per f.
b. f è crescente in $[0,1/2]$, decrescente in $[1/2,+\infty[$.
c. 1 è un punto di massimo relativo per f.
d. f è crescente in $]-\infty,0]$.

• Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\cosh(4x)-\gamma x^2$, con γ parametro in $\mathbf{R}$. Allora f è convessa se e solo se
a. $\gamma\le 8$.
b. $\gamma\le 9/2$.
c. $\gamma\le 2$.

d. $\gamma \leq 0$.

- $\int_{1/2}^{2} \frac{\ln^5(2x)}{x} dx$

a. $= \frac{\ln^6(6)}{6}$.
b. $= \frac{\ln^6(8)}{6}$.
c. $= \frac{\ln^6(4)}{3}$.
d. $= \frac{\ln^6(4)}{6}$.

- $\int_0^6 \frac{x}{x^2-6x+13} dx =$

a. $4\arctan(2)$.
b. $\frac{\pi}{2}$.
c. $2\arctan(3/2)$.
d. $3\arctan(3/2)$.

- La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(1-\cos(1/(4n)))^{4\alpha}$ è convergente se e solo se

a. $\alpha > 1/4$.
b. $\alpha > 1/2$.
c. $\alpha > 1/8$.
d. $\alpha > 1/6$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
30 marzo 2005

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^4 + 16)(\frac{2+|z|}{|z|}) = 0$ ci sono

a. $\sqrt{2}(1+i)$ e $\sqrt{2}(1-i)$.
b. $2\sqrt{2}(1+i)$ e $2\sqrt{2}(1-i)$.
c. $2\sqrt{2}(1+i)$ e $2i$.
d. $2\sqrt{2}(1+i)$ e $-2i$.

• $\lim_{x \to -\infty} (1 + \frac{1}{3x})^x =$

a. 1.
b. 0.
c. $1/\sqrt[3]{e}$.
d. $\sqrt[3]{e}$.

• $\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2(2x) - 4x^2}{x^3}$

a. non esiste.
b. $= 0$.
c. $= 1$.
d. $= 4$.

• L'equazione $x^4 - x^3 = -1$

a. ha più soluzioni reali.
b. ha esattamente una soluzione reale.
c. non ha soluzioni reali, ma possiede soluzioni complesse.
d. non ha soluzioni complesse.

• La funzione $f(x) = \frac{x^{1/2}}{1+x}$, definita nel suo dominio naturale $[0, +\infty[$,

a. non è superiormente limitata.
b. è superiormente limitata, ma non ammette massimo.
c. ammette massimo uguale a $1/2$.
d. ammette massimo uguale a $\sqrt[3]{4}/3$.

• La funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^4 - 3x^3 + \beta x^2$, con $\beta \in \mathbf{R}$, è convessa se e solo se

a. $\beta \geq 0$.
b. $\beta \geq 3/2$.
c. $\beta \geq 27/8$.
d. $\beta \geq 6$.

- $\int_0^1 \frac{x^{17}}{x^{18}+2} dx =$

a. $\ln(2)/18$.
b. $\ln(3/2)/18$.
c. $\ln(4/3)/18$.
d. $\ln(4/3)$.

- $\int_0^3 \frac{1}{x^2+x+1} dx =$

a. $\frac{2}{\sqrt{3}}[\arctan(\sqrt{3}) - \arctan(\frac{1}{\sqrt{6}})]$.
b. $\frac{2}{\sqrt{3}}[\arctan(\sqrt{3}) - \arctan(\frac{1}{\sqrt{3}})]$.
c. $\frac{2}{\sqrt{3}}[\arctan(\frac{5}{\sqrt{3}}) - \arctan(\frac{1}{\sqrt{3}})]$.
d. $\frac{2}{\sqrt{3}}[\arctan(\frac{7}{\sqrt{3}}) - \arctan(\frac{1}{\sqrt{3}})]$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2z)^n}{n}$, con $z \geq 0$, converge se e solo se

a. non converge, qualunque sia $z \geq 0$.
b. $z < 1/4$.
c. $z < 1/2$.
d. $z \leq 1/2$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
29 giugno 2005

Cognome e nome ....

• Tra le radici complesse dell'equazione $z^{-4} = -81$ ci sono
a. $-\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{i}{\sqrt{8}}$ e $-\frac{1}{\sqrt{8}} - \frac{i}{\sqrt{8}}$.
b. $-\frac{1}{\sqrt{32}} + \frac{i}{\sqrt{32}}$ e $-\frac{1}{\sqrt{32}} - \frac{i}{\sqrt{32}}$.
c. $-\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{i}{\sqrt{6}}$ e $-\frac{1}{\sqrt{18}} - \frac{i}{\sqrt{18}}$.
d. $-\frac{1}{\sqrt{18}} + \frac{i}{\sqrt{18}}$ e $-\frac{1}{\sqrt{18}} - \frac{i}{\sqrt{18}}$.

• $\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{1}{1+4^{1/x}}$
a. non esiste.
b. $= 1/2$.
c. $= 0$.
d. $= 1$.

• $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\cos(x)-\cos(3x)}{1-\cos(x)}$
a. $= 0$.
b. $= -1$.
c. $= 8$.
d. $= 15$.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = e^x x^{-4}$. Allora
a. f è monotona.
b. f è limitata.
c. $\min\limits_{\mathbf{R}^+} f = \frac{e^4}{128}$.
d. $\min\limits_{\mathbf{R}^+} f = \frac{e^4}{256}$.

• La funzione $f(x) = x \arcsin(4x)$, definita nel suo dominio naturale,
a. è crescente in $[-1/4, 0]$, decrescente in $[0, 1/4]$.
b. è decrescente in $[-1/4, 0]$, crescente in $[0, 1/4]$.
c. è crescente.
d. è decrescente.

• La funzione $f(x) = (x + 1)/(x + 4)$, definita nel suo dominio naturale,
a. è convessa in $]-\infty, -4[$, concava in $]-4, +\infty[$.
b. è concava in $]-\infty, -4[$, convessa in $]-4, +\infty[$.
c. è convessa sia in $]-\infty, -4[$, che in $]-4, +\infty[$.

d. è concava sia in $]-\infty,-4[$, che in $]-4,+\infty[$.

- $\int_1^3 \ln(x+x^2)dx$

a. $= 3\ln(3) + 4\ln(4) - 2\ln(2) - 4$.
b. $= 3\ln(3) + 5\ln(5) - 2\ln(2) - 5$.
c. $= 4\ln(4) + 5\ln(5) - 2\ln(2) - 6$.
d. $= 3\ln(3) + 4\ln(5) - 2\ln(2) - 7$.

- $\int_0^{5\pi/2} \cos^3(x)dx =$

a. $2/3$.
b. $-2/3$.
c. 0.
d. 1.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{3n}}$

a. non è convergente, ma la successione dei termini ha limite reale.
b. ha la successione dei termini che non ha limite.
c. è convergente, ma non assolutamente convergente.
d. è assolutamente convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
18 luglio 2005

Cognome e nome ....

• Tra i numeri complessi z tali che $z^3 \neq 2$ e $\frac{2z^3}{z^3-2} = 1$ ci sono

a. $\frac{\sqrt{3}}{2}(1 - i\sqrt{3})$ e $\frac{\sqrt{3}}{2}(1 + i\sqrt{3})$.
b. $\frac{\sqrt{3}}{2}(-1 - i\sqrt{3})$ e $\frac{\sqrt{3}}{2}(1 + i\sqrt{3})$.
c. $2^{-2/3}(-1 - i\sqrt{3})$ e $2^{-2/3}(1 + i\sqrt{3})$.
d. $2^{-2/3}(1 - i\sqrt{3})$ e $2^{-2/3}(1 + i\sqrt{3})$.

• $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{x-3\pi/2}$

a. $= +\infty$.
b. $= -\infty$.
c. non esiste, ma $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}^+} \frac{\sin(x)}{x-3\pi/2} = +\infty$.
d. non esiste, ma $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}^-} \frac{\sin(x)}{x-3\pi/2} = +\infty$.

• $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan(2x)-\arctan(2x)}{x^3+x^4}$

a. $= 8/3$.
b. $= 16/3$.
c. $= 9$.
d. $= 18$.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x+3}{x^2+1}$. Allora $f(\mathbf{R}) =$

a. $[(3 - \sqrt{10})/2, (3 + \sqrt{10})/2]$.
b. $]-3, 3[$.
c. $[3 - \sqrt{10}, 3 + \sqrt{10}]$.
d. $\mathbf{R}$.

• Sia $f(x) = e^x/(e^x - 2)$, definita nel suo dominio naturale. Allora

a. f è crescente in $]-\infty, \ln(2)[$ e in $]\ln(2), +\infty[$.
b. f è crescente in $]-\infty, \ln(2)[$, decrescente in $]\ln(2), +\infty[$.
c. f è decrescente in $]-\infty, \ln(2)[$, crescente in $]\ln(2), +\infty[$.
d. f è decrescente in $]-\infty, \ln(2)[$ e in $]\ln(2), +\infty[$.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^4 + \alpha x^3 + 3x$, con $\alpha \in \mathbf{R}$. Allora f è convessa se e solo se

a. $\alpha \geq 0$.

b. $\alpha \leq 0$.
c. $\alpha = 0$.
d. $\alpha \leq 3$.

- $\int_0^{1/2} \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx =$

a. $\pi^2/144$.
b. $\pi^2/72$.
c. $\pi^2/36$.
d. $\pi^2/18$.

- $\int_0^3 (9-x^2)^{1/2} dx =$

a. π.
b. $9\pi/8$.
c. $9\pi/4$.
d. 3π.

- Siano, per $n \in \mathbf{N}$ e $x \in \mathbf{R}$, $a_n = \frac{(-2x)^n}{n!}$. Allora

a. $\forall x \in \mathbf{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge, ma esiste $x \in \mathbf{R}$ tale che la serie non converge assolutamente.
b. $\forall x \in \mathbf{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge assolutamente.
c. $\forall x \in \mathbf{R}$ si ha $\lim_{n \to +\infty} a_n = 0$, ma per qualche x la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non converge.
d. per qualche $x \in \mathbf{R}$ non vale $\lim_{n \to +\infty} a_n = 0$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
26 settembre 2005

Cognome e nome ....

• Tra i numeri complessi z che risolvono l'equazione $(z^2+1)^3 = -1$ ci sono

a. $1/2 + i\sqrt{3}/2$ e $1/2 - i\sqrt{3}/2$.
b. $\sqrt{3}/2 + i/2$ e $1/2 - i\sqrt{3}/2$.
c. $\sqrt{3}/2 + i/2$ e $-1/2 + i\sqrt{3}/2$.
d. $2i$ e $-1/2 + i\sqrt{3}/2$.

• $\lim_{x\to\frac{9\pi}{2}^-} \frac{\sin(x)}{(x-9\pi/2)^3}$

a. $= -\infty$.
b. $= +\infty$.
c. $= 0$.
d. non esiste.

• $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)-\sin(2x)/2}{\ln(1+x^3)}$

a. $= 0$.
b. $= 1/2$.
c. $= 4/3$.
d. non esiste.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = e^x - \int_0^x e^{t^2/3} dt$. Allora

a. f è crescente in $[2, +\infty[$.
b. f è decrescente in $[0, 3]$.
c. f è decrescente in $]-\infty, 0]$.
d. f è strettamente monotona.

• Sia $f(x) = x/(x+2)$, definita nel suo dominio naturale. Allora

a. f è concava in $]-\infty, -2[$, convessa in $]-2, +\infty[$.
b. f è convessa in $]-\infty, -2[$, concava in $]-2, +\infty[$.
c. f è concava sia in $]-\infty, -2[$, che in $]-2, +\infty[$.
d. f è convessa sia in $]-\infty, -2[$, che in $]-2, +\infty[$.

• L'equazione $e^{2x} - e^x = -1/2$

a. non ha soluzioni reali.
b. ha un'unica soluzione reale.
c. ha esattamente due soluzioni reali.
d. ha più di due soluzioni reali.

- $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos(2x)}{1+\sin^2(2x)} dx =$

a. $= 3$.
b. $= 2$.
c. $= 1$.
d. $= 0$.

- $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+3x} dx =$

a. $1 - \frac{\arctan(\sqrt{2})}{\sqrt{2}}$.
b. $1 - \frac{\arctan(\sqrt{3})}{\sqrt{3}}$.
c. $\frac{2}{3}(1 - \frac{\arctan(\sqrt{2})}{\sqrt{2}})$.
d. $\frac{2}{3}(1 - \frac{\arctan(\sqrt{3})}{\sqrt{3}})$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^\alpha}{1+n^2}$ $(\alpha \in \mathbf{R})$ converge se e solo se

a. $\alpha < 1$.
b. $\alpha < 2$.
c. $\alpha < 3$.
d. non converge, qualunque sia α in $\mathbf{R}$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
13 dicembre 2005

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^3+8)(z\overline{z}-9)=0$ ci sono

a. $1-i\sqrt{3}$ e $3/2+i3\sqrt{3}/2$.
b. $3/2+i3\sqrt{3}/2$ e $2-i2\sqrt{3}$.
c. $2-i2\sqrt{3}$ e $1+i\sqrt{3}$.
d. $3e^i$ e $-2i$.

• $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{3x^6+1}}{x^3}$

a. non esiste.
b. $=0$.
c. $=\sqrt{3}$.
d. $=-\sqrt{3}$.

• $\lim\limits_{x\to1} \frac{(\ln(x^{1/4}))^2}{(e^x-e)(x-1)}$

a. $=0$.
b. $=1/(16e)$.
c. $=1/(4e)$.
d. $=1/(9e)$.

• L'equazione $x^x=\frac{e^{-1/e}}{2}$, $x\in\mathbf{R}^+$,

a. non possiede soluzioni.
b. ha un'unica soluzione.
c. ha esattamente due soluzioni.
d. ha più di due soluzioni.

• La funzione $f(x)=\arctan(x)+3/x$, di dominio $\mathbf{R}\setminus\{0\}$

a. è decrescente in $]-\infty,0[$ e in $[0,+\infty[$, ma non in $\mathbf{R}\setminus\{0\}$.
b. è decrescente in $\mathbf{R}\setminus\{0\}$.
c. è crescente in $]-\infty,0[$ e in $[0,+\infty[$, ma non in $\mathbf{R}\setminus\{0\}$.
d. è crescente in $\mathbf{R}\setminus\{0\}$.

• La funzione $f(x)=\arccos(-4x)$, definita in $[-1/4,1/4]$,

a. è convessa in $[-1/4,0]$, concava in $[0,1/4]$
b. è concava in $[-1/4,0]$, convessa in $[0,1/4]$
c. è convessa.
d. è concava.

• $\int_0^{\pi/2}\sin^3(x)\cos^6(x)dx=$

a. 8/63.
b. 4/63.
c. 2/63.
d. 0.

- $\int_0^3 \frac{x^2}{x^2+2x+1} dx =$

a. $3/2 - 2\ln(2)$.
b. $15/4 - 2\ln(4)$.
c. $24/5 - 2\ln(5)$.
d. $8/3 - 2\ln(3)$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n := (1 + \frac{1}{4n})^{-n}$. Allora

a. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
b. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ è assolutamente convergente.
c. esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n$ ed è diverso da 0.
d. si ha $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ non è convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
10 gennaio 2006

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $z^6 + iz^3 + 2 = 0$ ci sono
a. $(\sqrt{3} + i)/2$ e $2^{-1/3}(\sqrt{3} - i)$.
b. i e $(\sqrt{3} + i)/2$.
c. $-i$ e $(\sqrt{3} - i)/\sqrt[3]{4}$.
d. $-i$ e $-\sqrt[3]{3}(\sqrt{3} + i)/2$.

• $\lim\limits_{x \to 7\pi} \frac{\cos(x)}{(7\pi - x)^4}$
a. esiste e vale $+\infty$.
b. esiste e vale $-\infty$.
c. esiste e vale 0.
d. non esiste.

• $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\sin(x^{1/3}) - \ln(1 + x^{1/3})}{x^{4/3}}$
a. $= 0$.
b. $= 1/2$.
c. $= +\infty$.
d. $= -1/2$.

• L'equazione $x^{1/2} - 2x^2 = 3/4$ $(x \geq 0)$
a. ha più di due soluzioni.
b. non ha soluzioni.
c. ha un'unica soluzione.
d. ha esattamente due soluzioni.

• La funzione $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = x - 3\ln(x)$,
a. ammette minimo uguale a $2 - \ln(4)$.
b. ammette minimo uguale a $3(1 - \ln(3))$.
c. ammette minimo uguale a $4 - 8\ln(2)$.
d. non è inferiormente limitata.

• La funzione $f :]-\infty, 0[\to \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(-4/x)$
a. è crescente e convessa.
b. è crescente e concava.
c. è decrescente e convessa.
d. è decrescente e concava.

• $\int_0^1 x^3(1 - x^4)^{1/2} dx =$

a. 1/15.
b. 1/12.
c. 1/9.
d. 1/6.

- $\int_0^{2\arctan(1/3)} \frac{1}{\cos(x)} dx =$

a. $\ln(3)$.
b. $\ln(3/2)$.
c. $\ln(2)$.
d. $\ln(5/3)$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n := (-1)^n \ln(\frac{n^2+1}{n^2})$. Allora

a. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
b. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.
c. Si ha $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.
d. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ non tende a 0 per $n \to +\infty$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
23 marzo 2006

Cognome e nome ....

• Tra i numeri complessi z tali che $z^{-3} = 8i$ ci sono
a. $(\sqrt{3}+i)/4$ e $(\sqrt{3}-i)/4$.
b. $-(\sqrt{3}+i)/4$ e $(\sqrt{3}-i)/4$.
c. $-(\sqrt{3}+i)/4$ e $(\sqrt{3}+i)/4$.
d. $-(\sqrt{3}+i)/3$ e $(\sqrt{3}+i)/3$.

• $\lim\limits_{x\to-\infty}(\frac{x}{x+3})^x =$
a. 1.
b. $+\infty$.
c. e^3.
d. e^{-3}.

• $\lim\limits_{x\to 0}\frac{cos(4x)-1}{x^2+x^3} =$
a. -2.
b. $-9/2$.
c. -6.
d. -8.

• L'equazione $e^{2x}x = 1/2$ ($x \in \mathbf{R}$)
a. non ha soluzioni.
b. ha un'unica soluzione.
c. ha esattamente due soluzioni.
d. ha più di due soluzioni.

• Sia $f : [0,+\infty[\to \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{x+3} - \sqrt{x}$. Allora
a. f è crescente.
b. f è superiormente, ma non inferiormente limitata.
c. f è inferiormente, ma non superiormente limitata.
d. $\inf\limits_{[0,+\infty[} f = 0$.

• Sia $f : [0,+\infty[\to \mathbf{R}$, $f(x) = x^{1/2} - 4x^{1/3}$. Allora
a. esiste $c \in \mathbf{R}^+$, tale che f è convessa in $[0,c]$, concava in $[c,+\infty[$.
b. esiste $c \in \mathbf{R}^+$, tale che f è concava in $[0,c]$, convessa in $[c,+\infty[$.
c. f è convessa.
d. f è concava.

• $\int_0^{1/2} \arctan(2x)dx =$

a. $\frac{\pi - 2\ln(2)}{4}$.
b. $\frac{\pi - 2\ln(2)}{8}$.
c. $\frac{\pi - 2\ln(2)}{12}$.
d. $\frac{\pi - 2\ln(2)}{16}$.

• $\int_1^3 \frac{1}{x^4+x^2} dx =$

a. $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} - \arctan(2)$.
b. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} - \arctan(2)$.
c. $\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3} - \arctan(2)$.
d. $\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3} - \arctan(3)$.

• Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n := (-1)^n \frac{n^{7/2}}{n^{7/2}+1}$. Allora

a. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ non è limitata.
b. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ è limitata, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
d. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
3 luglio 2006

Cognome e nome ....

• Tra i numeri complessi z tali che $z^8 + z^4 - 2 = 0$, ci sono
a. 2 e $2^{1/4} - i2^{1/4}$.
b. $-i$ e $2^{1/4} - i2^{1/4}$.
c. $-i$ e $2^{-1/4} - i2^{-1/4}$.
d. $2i$ e $2^{-1/4} - i2^{-1/4}$.

• $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\ln(3x^2+1)}{\ln(1-3x)}$
a. $= +\infty$.
b. $= 2$.
c. $= 3$.
d. $= -\infty$.

• $\lim\limits_{x\to 0} \ln(x^2)(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin(x)})$
a. $= +\infty$.
b. $= 2$.
c. $= 3$.
d. $= 0$.

• L'equazione $x^3 e^x = -1$ ($x \in \mathbf{R}$)
a. non ha soluzioni.
b. ha un'unica soluzione.
c. ha esattamente due soluzioni.
d. ha più di due soluzioni.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(x) - \arctan(2x)$. Allora
a. f ammette dei punti di minimo relativo.
b. f ammette dei punti di massimo relativo.
c. f è iniettiva.
d. l'immagine di f non coincide con $\mathbf{R}$.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^{3x}$. Allora
a. f è concava.
b. f è convessa.
c. f è decrescente.
d. f è crescente.

• $\int_0^{\pi/8} \tan^2(2x)dx =$

a. $\sqrt{3}/2 - \pi/6$.
b. $(\sqrt{3} - \pi)/6$.
c. $(4 - \pi)/6$.
d. $(4 - \pi)/8$.

- $\int_1^5 \frac{1}{x^{1/2}+x^{3/2}} dx =$

a. $2[\arctan(\sqrt{5}) - \pi/4]$.
b. $2\arctan(\sqrt{5}) - \pi/4$.
c. $2\arctan(2) - \pi/4$.
d. $2[\arctan(2) - \pi/4]$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = (-1)^n \frac{2^n n^2}{3^n}$. Allora

a. la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
b. la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge assolutamente.
c. la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente, ma si ha $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$.
d. non vale $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
18 luglio 2006

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $\overline{z}^3 = 8i$ ($\overline{z}$ = complesso coniugato di z) ci sono
a. $-3i$ e $-\sqrt{3} - i$.
b. $-2i$ e $-\sqrt{3} - i$.
c. $-2i$ e $\sqrt{3} - i$.
d. $2i$ e $\sqrt{3} - i$.

• Sia $f(x) = \frac{\cos(2x)}{(3\pi - x)^3}$, definita nel suo dominio naturale. Allora
a. $\lim\limits_{x \to 3\pi^-} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x \to 3\pi^+} f(x) = +\infty$.
b. $\lim\limits_{x \to 3\pi^-} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to 3\pi^+} f(x) = -\infty$.
c. $\lim\limits_{x \to 3\pi} f(x) = +\infty$.
d. $\lim\limits_{x \to 3\pi} f(x) = -\infty$.

• $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\tan(x^{1/2}) - \sin(x^{1/2})}{x^{3/2}}$
a. non esiste.
b. $= 1/2$.
c. $= 1/3$.
d. $= 1/6$.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^3+4}{x}$. Allora l'immagine di f coincide con
a. $[3, +\infty[$.
b. $[4/\sqrt[3]{2}, +\infty[$.
c. $\mathbf{R}^+$.
d. $[0, +\infty[$.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = (2x)^x$. Allora
a. f è crescente.
b. f è decrescente.
c. f è decrescente in $]0, 1/(2e)]$, crescente in $[1/(2e), +\infty[$.
d. f è decrescente in $]0, 1/(3e)]$, crescente in $[1/(3e), +\infty[$.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 2x^3 - x^4 + 3x + 1$. Allora
a. f è convessa.
b. f è convessa in $[0, +\infty[$, ma non in $\mathbf{R}$.
c. f è concava.

d. f è concava in $]-\infty, 0]$, ma non in $\mathbf{R}$.

- $\int_0^2 \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx =$

a. $\arctan(e^2) - \pi/8$.
b. $\arctan(e^3) - \pi/8$.
c. $\arctan(e^2) - \pi/4$.
d. $\arctan(e^3) - \pi/4$.

- $\int_{\sinh(3)-3}^{\sinh(6)-3} \sqrt{1+(x+3)^2} dx =$

a. $[\sinh(8) - \sinh(6) + 4]/4$.
b. $[\sinh(12) - \sinh(4) + 6]/4$.
c. $[\sinh(8) - \sinh(4) + 4]/4$.
d. $[\sinh(12) - \sinh(6) + 6]/4$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = \frac{\ln(n)}{1+\ln(n^4)}$. Allora

a. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.
b. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente, ma si ha $\lim_{n \to +\infty} a_n = 0$.
d. non vale $\lim_{n \to +\infty} a_n = 0$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
25 settembre 2006

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $\frac{z^4}{z^4-1} = \frac{2}{3}$ ci sono

a. $3^{1/4}(2^{-1/2} + i2^{-1/2})$ e $3^{1/4}(2^{-1/2} - i2^{-1/2})$.
b. $-2^{-1/4} + i2^{-1/4}$ e $3^{1/4}(2^{-1/2} - i2^{-1/2})$.
c. $3^{1/4}(2^{-1/2} + i2^{-1/2})$ e $-2^{-1/4} - i2^{-1/4}$.
d. $-2^{-1/4} + i2^{-1/4}$ e $-2^{-1/4} - i2^{-1/4}$.

• $\lim\limits_{x\to\pi} \frac{1}{\sin(3x)}$

a. non esiste, ma il limite da destra vale $+\infty$, il limite da sinistra vale $-\infty$.
b. non esiste, ma il limite da destra vale $-\infty$, il limite da sinistra vale $+\infty$.
c. $= +\infty$.
d. $= -\infty$.

• $\lim\limits_{x\to 0} (1 + x^{1/2})^{1/x}$

a. $= 0$.
b. $= +\infty$.
c. $= e^{1/2}$.
d. $= e^{1/3}$.

• Sia $f : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f(x) = (x - 3)x^{1/2}$. Allora

a. f ammette minimo uguale a -2.
b. f ammette minimo uguale a $-2(2/3)^{3/2}$.
c. f non ammette né massimo, né minimo.
d. f è derivabile nel suo dominio.

• Sia $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 2^{-1/x}$.

a. f è decrescente in $]-\infty, 0[$, crescente in $]0, +\infty[$.
b. $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0$.
c. f è crescente nel suo dominio $\mathbf{R} \setminus \{0\}$.
d. f è crescente in $]-\infty, 0[$, ma non in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x - 3\arctan(x)$. Allora

a. f è concava in $]-\infty, 0]$, convessa in $[0, +\infty[$.
b. f è convessa in $]-\infty, 0]$, concava in $[0, +\infty[$.
c. f è convessa.
d. f è concava.

- $\int_0^1 \frac{x^2}{x^2+4}dx =$

a. $1 - \pi/4$.
b. $1 - 2\arctan(1/2)$.
c. $1 - 3\arctan(1/3)$.
d. $1 - 4\arctan(1/4)$.

- $\int_0^{\pi/4} \frac{1}{\cos(x)}dx =$

a. $\ln(\frac{1+\tan(\pi/6)}{1-\tan(\pi/6)})$.
b. $\ln(\frac{1+\tan(\pi/8)}{1-\tan(\pi/8)})$.
c. $\ln(4/3)$.
d. $\ln(3/2)$.

- . Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n := (-1)^n(\frac{1}{2n} - \sin(\frac{1}{2n}))$. Allora

a. $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ è monotona non decrescente.
b. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.
d. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ tende a 0, per $n \to +\infty$, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
5 dicembre 2006

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^{-6} - 4z^{-3} + 1)(|z|^4 - 1) = 0$ ci sono

a. $-\frac{1}{2\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}}(1 - i\sqrt{3})$ e $\cos(18) + i\sin(18)$.
b. $-\frac{1}{2\sqrt[3]{3+\sqrt{8}}}(1 + i\sqrt{3})$ e $\cos(20) + i\sin(20)$.
c. $-\frac{1}{2\sqrt[3]{4+\sqrt{15}}}(1 - i\sqrt{3})$ e $\cos(22) + i\sin(22)$.
d. $-\frac{1}{2\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}}(1 - i\sqrt{3})$ e 2.

• $\lim_{x\to 3} \frac{\sin(x)}{(x-3)^4}$

a. non esiste, ma esistono i limite da destra uguale a $+\infty$ e da sinistra uguale a $-\infty$.
b. non esiste, ma esistono i limite da destra uguale a $-\infty$ e da sinistra uguale a $+\infty$.
c. $= -\infty$.
d. $= +\infty$.

• $\lim_{x\to+\infty} [(x+1)^{1/3} - x^{1/3}] \ln(x)$

a. $= +\infty$.
b. $= 1/2$.
c. $= 1/3$.
d. $= 0$.

• L'equazione $x + 1/x^2 = \sqrt[3]{2} + 1$

a. ha esattamente due soluzioni in $\mathbf{R}^+$.
b. ha un'unica soluzione in $\mathbf{R}^+$.
c. non ha soluzioni in $\mathbf{R}^+$.
d. ha più di due soluzioni in $\mathbf{R}^+$.

• La funzione di dominio $\mathbf{R}$ $f(x) = \sinh(2x) + x$

a. è crescente.
b. è concava.
c. è crescente e convessa in $]-\infty, 0]$.
d. è decrescente e convessa in $[0, +\infty[$.

• Sia $f : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f(x) = x/4 - \arctan(x)$. Allora

a. f non ammette minimo.
b. f ammette minimo uguale a $\frac{\sqrt{3}}{4} - \arctan(\sqrt{3})$.
c. f ammette minimo uguale a $\frac{\sqrt{2}}{3} - \arctan(\sqrt{2})$.
d. f ammette minimo uguale a $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$.

- $\int_0^2 e^x x dx =$

a. $e^2 + 1$.
b. $2e^3 + 1$.
c. $3e^4 + 1$.
d. $4e^5 + 1$.

- $\int_1^2 \frac{x^2+x+9}{x^3+9x} dx =$

a. $\ln(2) + \frac{\pi/4 - \arctan(1/2)}{2}$.
b. $\ln(2) + \frac{\arctan(2/5) - \arctan(1/5)}{5}$.
c. $\ln(2) + \frac{\arctan(2/3) - \arctan(1/3)}{3}$.
d. $\ln(2) + \frac{\arctan(1/2) - \arctan(1/4)}{4}$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = (-1)^n \frac{n}{n^5+1}$. Allora

a. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ ha limite 0 per $n \to +\infty$, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.
b. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.
c. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ è limitata, ma non tende a 0.
d. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
8 gennaio 2007

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $\frac{z^3}{z^3+1} = 2$ ci sono

a. $2^{-2/3}(1 + i\sqrt{3})$ e $2^{-2/3}(1 - i\sqrt{3})$.
b. $-2^{-2/3}(1 + i\sqrt{3})$ e $2^{-2/3}(1 - i\sqrt{3})$.
c. $-2^{-2/3}(1 + i\sqrt{3})$ e $-2^{-2/3}(1 - i\sqrt{3})$.
d. $(\frac{3}{2})^{1/3}(1 + i\sqrt{3})$ e $(\frac{3}{2})^{1/3}(1 - i\sqrt{3})$.

• $\lim_{x\to-\infty}(1 - \frac{1}{3x})^x$

a. 1.
b. 0.
c. $= e^{-1/3}$.
d. $= e^{1/3}$.

• $\lim_{x\to 0} \frac{[\arctan(4x)-\sin(4x)]\ln(x)}{x^{7/2}+x^4}$

a. $= -\frac{32}{3}$.
b. $= \frac{32}{3}$.
c. $= +\infty$.
d. $= -\infty$.

• L'equazione $\ln(\frac{e^2x^2}{4}) - x = 0$ $(x \in \mathbf{R}^+)$

a. non ha soluzioni.
b. ha più di due soluzioni.
c. ha esattamente due soluzioni.
d. ha un'unica soluzione.

• Sia $f : [0, \frac{2\pi}{3}] \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sin^2(3x) - \sin(3x)$. Allora

a. $\min(f) = -1/4$.
b. $\max(f) = 1/4$.
c. $\min(f) = -1/3$.
d. $\max(f) = 1/3$.

• Sia $f : \mathbf{R} \setminus \{-4\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x}{4+x} - x$. Allora

a. f è concava in $]-\infty, -4[$, convessa in $]-4, +\infty[$.
b. f è convessa in $]-\infty, -4[$, concava in $]-4, +\infty[$.
c. f è decrescente in $]-\infty, -4[$.
d. f è crescente in $]-4, +\infty[$.

- $\int_0^{\pi^{1/2}} \sin(x^2) x dx =$

a. $1/2$.
b. $3/4$.
c. 1.
d. $2/3$.

- $\int_0^3 \frac{1}{\cosh(x)} dx =$

a. $\arctan(e^3) - \pi/4$.
b. $2[\arctan(e^3) - \pi/4]$.
c. $2[\arctan(e^3) + \pi/4]$.
d. $\arctan(e^3) + \pi/4$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = (-1)^n (\frac{2n^2}{n^2+6n+1})^n$. Allora

a. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.
b. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
c. la successione $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ ha limite reale, diverso da 0 per $n \to +\infty$.
d. la successione $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ non è limitata.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
20 marzo 2007

Cognome e nome ....

• Tra i numeri complessi che soddisfano l'equazione

$$(z^5 + 8z^2)(|z-2|-2) = 0$$

ci sono
a. $2 - i\sqrt{3}$ e $4 - 4i$.
b. $1 + i\sqrt{3}$ e $4 - 4i$.
c. $1 - i\sqrt{3}$ e $2 + 2i$.
d. $\frac{3}{2}(1 + i\sqrt{3})$ e $3 - 3i$.

• $\lim_{x\to+\infty} \frac{x+\cos(x)}{x+\sin(x)}$
a. $= 1$.
b. $= 0$.
c. $= +\infty$.
d. non esiste.

• $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(4x)-4x}{x^2[\sin(4x)+4x]}$
a. $= -4/3$.
b. $= -1/3$.
c. $= -3/4$.
d. $= 4$.

• L'equazione $\frac{x^3}{x^4+1} = \frac{1}{4}$ $(x \in \mathbf{R})$
a. ha un'unica soluzione.
b. non ha soluzioni.
c. ha più di due soluzioni.
d. ha esattamente due soluzioni.

• Sia $f : [-1/3, 1/3] \to \mathbf{R}$, $f(x) = \arcsin(3x) - 3x$. Allora
a. f è decrescente.
b. f è convessa.
c. f è concava.
d. f è crescente.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x + \int_0^x e^{4t^2} dt$. Allora
a. f è convessa in $]-\infty, 0]$, concava in $[0, +\infty[$.

b. f è convessa.
c. f è concava.
d. f è concava in $]-\infty, 0]$, convessa in $[0, +\infty[$.

• $\int_0^2 te^{-t}dt =$
a. $1 - 2e^{-4}$.
b. $1 - 3e^{-2}$.
c. $1 - 4e^{-3}$.
d. $1 - 5e^{-4}$.

• $\int_0^{\pi/2} \cos^2(x)\sin^3(x)dx$
a. $= \frac{1}{5}$.
b. $= \frac{2}{15}$.
c. $= 0$.
d. $= \frac{4}{15}$.

• Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n := \frac{(-1)^n}{n}(\int_0^1 tdt)^n$. Allora
a. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ non è limitata.
b. si ha $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.
c. la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
d. la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
3 luglio 2007

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $z^6 - 4iz^3 - 4 = 0$ ci sono
a. $\frac{1}{\sqrt[3]{9}}(\sqrt{3} - i)$ e $i\sqrt[3]{2}$.
b. $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}(\sqrt{3} - i)$ e $i\sqrt[3]{2}$.
c. $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}(\sqrt{3} - i)$ e $-i\sqrt[3]{2}$.
d. $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}(-\sqrt{3} + i)$ e $-i\sqrt[3]{2}$.

• $\lim\limits_{x\to-\infty} \sin(|x|^{-1})(x + 1)$
a. non esiste.
b. $= 0$.
c. $= 1$.
d. $= -1$.

• $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+} \tan(x)(x - \pi/2)^{1/2}$
a. $= +\infty$.
b. $= -\infty$.
c. $= 0$.
d. $= 1$.

• L'equazione $x^4 - 3|x| = a$, con $a \in \mathbf{R}$ assegnato, possiede soluzioni reali se e solo se
a. $a \geq -\frac{9}{4}\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$.
b. $a \geq -\frac{3}{2\sqrt[3]{2}}$.
c. $a \geq -6\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$.
d. $a \geq -\frac{3\sqrt[3]{2}}{4}$.

• La funzione $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{\arctan(2x)}$
a. è limitata.
b. è superiormente, ma non inferiormente limitata.
c. è decrescente in $]-\infty, 0[$ e in $]0, +\infty[$, ma non in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$.
d. è decrescente in $\mathbf{R} \setminus \{0\}$.

• La funzione $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = x(\ln(x) + 3)$,
a. è crescente.
b. è convessa.

c. è concava.
d. è decrescente.

- $\int_0^1 \sin(x^4)\cos(x^4)x^3 dx =$

a. $\frac{1-\cos(2)}{14}$.
b. $\frac{1-\cos(2)}{16}$.
c. $\frac{1-\cos(2)}{18}$.
d. $\frac{1-\cos(2)}{20}$.

- $\int_0^3 \frac{x}{x^2-6x+10} dx =$

a. $\frac{\pi}{4} - \frac{\ln(5)}{2}$.
b. $2\arctan(2) - \frac{\ln(5)}{2}$.
c. $2\arctan(2) - \frac{\ln(10)}{2}$.
d. $3\arctan(3) - \frac{\ln(10)}{2}$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = (1 - \frac{1}{n})^{(n^2)}$. Allora

a. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ non ha limite per $n \to +\infty$.
b. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ ha limite diverso da 0 per $n \to +\infty$.
c. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ ha limite 0 per $n \to +\infty$, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.
d. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
17 luglio 2007

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(\overline{z})^6 = -64$ ci sono
a. $2i$ e $-\sqrt{2} + i$.
b. $\sqrt{2}i$ e $-\sqrt{2} + i$.
c. $\sqrt{2}i$ e $-\sqrt{3} + i$.
d. $2i$ e $-\sqrt{3} + i$.

• $\lim\limits_{x\to 0^-} e^{1/x}x^{-3}$
a. non esiste.
b. $= -\infty$.
c. $= 0$.
d. $= +\infty$.

• $\lim\limits_{x\to +\infty} x^6[\sin(\frac{2}{x^2}) - \frac{2}{x^2}]$
a. $-4/3$.
b. $-9/2$.
c. $-1/6$.
d. non esiste.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = (x-3)e^x$. Allora
a. f non è inferiormente limitata.
b. f ha minimo uguale a $-e$.
c. f ha minimo uguale a $-e^2$.
d. f è inferiormente limitata, ma non ammette minimo.

• L'equazione $x^2 - e\ln(x) = 0$, con $x \in \mathbf{R}^+$,
a. ha più di due soluzioni.
b. ha esattamente due soluzioni.
c. ha un'unica soluzione.
d. non ha soluzioni.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^4 + \alpha x^2 + 3x + 1$, con $\alpha \in \mathbf{R}$. Allora f è convessa se e solo se
a. $\alpha > 0$.
b. $\alpha \geq 0$.
c. $\alpha \leq 0$.
d. $\alpha < 0$.

• $\int_1^2 \frac{\ln(x^2)}{x} dx =$
a. $\ln(4)$.
b. $\frac{1}{2}\ln^2(2)$.
c. $\ln^2(2)$.
d. $\frac{3}{2}\ln^2(2)$.

• $\int_0^{\pi/3} \sin^2(3x)\cos^2(3x) dx =$
a. $\pi/24$.
b. $\pi/16$.
c. $\pi/12$.
d. $\pi/8$.

• Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n := \frac{n^2+n^5}{n^3+n^6}$. Allora
a. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ ha limite diverso da 0 per $n \to +\infty$.
b. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ ha limite 0 per $n \to +\infty$, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente.
d. la successione $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ non ha limite per $n \to +\infty$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
12 settembre 2007

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $\frac{z^4}{z^4+1} = -2$ ci sono

a. $\sqrt[4]{\frac{2}{3}}(\frac{1+i}{\sqrt{2}})$ e $\sqrt[4]{\frac{2}{3}}(\frac{-1+i}{\sqrt{2}})$.
b. $\sqrt[4]{\frac{2}{3}}(\frac{1+i}{\sqrt{3}})$ e $\sqrt[4]{\frac{2}{3}}(\frac{-1+i}{\sqrt{3}})$.
c. $\sqrt[4]{\frac{1}{3}}(1+i)$ e $\sqrt[4]{\frac{1}{3}}(-1-i)$.
d. $\sqrt[4]{\frac{3}{4}}(\frac{1+i}{\sqrt{2}})$ e $\sqrt[4]{\frac{3}{4}}(\frac{-1+i}{\sqrt{2}})$.

• $\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{e^{-3x}-1} =$

a. $+\infty$.
b. $-\infty$.
c. non esiste.
d. 0.

• $\lim_{x\to 1} \frac{\ln(x)(e^{4x}-e^4)}{x^2-1} =$

a. $+\infty$.
b. 0.
c. $-\infty$.
d. 4.

• L'equazione $e^{4x} - 2e^{2x} = 1/2$ ($x \in \mathbf{R}$)

a. ha un'unica soluzione. Tale soluzione è positiva.
b. ha un'unica soluzione. Tale soluzione è negativa.
c. non ha soluzioni.
d. ha più di una soluzione.

• Sia $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sin(\frac{2}{x})$. Allora

a. f è decrescente in $\mathbf{R}^+$.
b. f è crescente in $\mathbf{R}^+$.
c. f è crescente in $]-\infty, -4/\pi]$.
d. f è decrescente in $[4/\pi, +\infty[$, ma non in $\mathbf{R}^+$.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \arctan(3x) - x$. Allora

a. f è convessa.
b. f è convessa in $]-\infty, 0]$, concava in $[0, +\infty[$.
c. f è concava in $]-\infty, 0]$, convessa in $[0, +\infty[$.

d. f è concava.

- $\int_0^1 x\sqrt{x^2+16}dx =$

a. $\frac{17\sqrt{17}-64}{2}$.
b. $\frac{5\sqrt{5}-8}{3}$.
c. $\frac{10\sqrt{10}-27}{3}$.
d. $\frac{17\sqrt{17}-64}{3}$.

- $\int_0^1 \frac{1}{(x+4)(x+5)}dx =$

a. $\ln(\frac{4}{3})$.
b. $\ln(\frac{25}{24})$.
c. $\ln(\frac{9}{8})$.
d. $\ln(\frac{36}{35})$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n^8}{2^n}$

a. ha la successione dei termini che non tende a 0.
b. è assolutamente convergente.
c. è convergente, ma non assolutamente convergente.
d. ha la successione dei termini che tende a 0, ma non è convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
12 settembre 2007

Cognome e nome ....

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \arctan(4x) - x$. Allora

a. f è convessa.
b. f è convessa in $]-\infty, 0]$, concava in $[0, +\infty[$.
c. f è concava in $]-\infty, 0]$, convessa in $[0, +\infty[$.
d. f è concava.

• $\int_0^1 x\sqrt{x^2+4}dx =$

a. $\frac{17\sqrt{17}-64}{2}$.
b. $\frac{5\sqrt{5}-8}{3}$.
c. $\frac{10\sqrt{10}-27}{3}$.
d. $\frac{17\sqrt{17}-64}{3}$.

• $\int_0^1 \frac{1}{(x+2)(x+3)}dx =$

a. $\ln(\frac{4}{3})$.
b. $\ln(\frac{25}{24})$.
c. $\ln(\frac{9}{8})$.
d. $\ln(\frac{36}{35})$.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{2^n}{n^8}$

a. ha la successione dei termini che non tende a 0.
b. è assolutamente convergente.
c. è convergente, ma non assolutamente convergente.
d. ha la successione dei termini che tende a 0, ma non è convergente.

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $\frac{z^4}{z^4+1} = -3$ ci sono

a. $\sqrt[4]{\frac{4}{5}}(\frac{1+i}{\sqrt{2}})$ e $\sqrt[4]{\frac{4}{5}}(\frac{-1+i}{\sqrt{2}})$.
b. $\sqrt[4]{\frac{2}{3}}(\frac{1+i}{\sqrt{3}})$ e $\sqrt[4]{\frac{2}{3}}(\frac{-1+i}{\sqrt{3}})$.
c. $\sqrt[4]{\frac{1}{3}}(1+i)$ e $\sqrt[4]{\frac{1}{3}}(-1-i)$.
d. $\sqrt[4]{\frac{3}{4}}(\frac{1+i}{\sqrt{2}})$ e $\sqrt[4]{\frac{3}{4}}(\frac{-1+i}{\sqrt{2}})$.

• $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{e^{-3x}-1} =$

a. $+\infty$.
b. $-\infty$.

c. non esiste.
d. 0.

- $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\ln(x)(e^{2x}-e^2)}{x^2-1} =$

a. $+\infty$.
b. 0.
c. $-\infty$.
d. 2.

- L'equazione $e^{6x} - 2e^{3x} = -1/2$ ($x \in \mathbf{R}$)

a. ha un'unica soluzione. Tale soluzione è positiva.
b. ha un'unica soluzione. Tale soluzione è negativa.
c. non ha soluzioni.
d. ha più di una soluzione.

- Sia $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sin(\frac{3}{x})$. Allora

a. f è decrescente in $\mathbf{R}^+$.
b. f è crescente in $\mathbf{R}^+$.
c. f è crescente in $]-\infty, -6/\pi]$.
d. f è decrescente in $[6/\pi, +\infty[$, ma non in $\mathbf{R}^+$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
10 dicembre 2007

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^6+8)(e^{|z|}-2)=0$ ci sono

a. $-\frac{3}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\frac{\ln(4)}{\sqrt{2}}+i\frac{\ln(4)}{\sqrt{2}}$.

b. $-\sqrt{\frac{3}{2}}-i\frac{1}{\sqrt{2}}$ e $\frac{\ln(4)}{\sqrt{2}}+i\frac{\ln(4)}{\sqrt{2}}$.

c. $-\sqrt{\frac{3}{2}}-i\frac{1}{\sqrt{2}}$ e $\frac{\ln(2)}{\sqrt{2}}+i\frac{\ln(2)}{\sqrt{2}}$.

d. $-\frac{3}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\frac{\ln(2)}{\sqrt{2}}+i\frac{\ln(2)}{\sqrt{2}}$.

• $\lim\limits_{x\to-\infty}(1-\frac{1}{x^4})^{x^7}=$

a. $-\infty$.

b. $+\infty$.

c. 0.

d. 1.

• $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(x^{\frac{4}{x}}-1)x}{\ln(x)}$

a. 1.

b. 2.

c. 3.

d. 4.

• L'equazione $e^{x^2}-\sqrt{e}x=0$

a. non ha soluzioni in $[0,+\infty[$.

b. ha esattamente una soluzione in $[0,+\infty[$.

c. ha esattamente due soluzione in $[0,+\infty[$.

d. ha più di due soluzioni in $[0,+\infty[$.

• La funzione $f(x)=\arcsin(3x)-3x$, definita nel suo dominio naturale,

a. ha massimo uguale a $-\frac{\pi}{2}+1$.

b. ha minimo uguale a $-\frac{\pi}{2}+1$.

c. ha minimo uguale a $\frac{\pi}{2}-1$.

d. ha massimo uguale a $\frac{\pi}{2}-1$.

• La funzione $f:\mathbf{R}^+\to\mathbf{R}$, $f(x)=x\ln(4x)$,

a. è decrescente in $]0,\frac{1}{2e}]$ e convessa.

b. è decrescente in $]0,\frac{1}{3e}]$, crescente in $[\frac{1}{3e},+\infty[$.

c. è crescente in $[\frac{1}{4e},+\infty[$ e convessa.

d. è concava.

- $\int_1^2 x\ln(x)dx =$

a. $2\ln(2)-1$.
b. $\frac{9(2\ln(2)-1)}{4}$.
c. $8\ln(2)-4$.
d. $8\ln(2)+4$.

- $\int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\sin(x)}dx =$

a. $\frac{\ln(3)}{8}$.
b. $\frac{\ln(3)}{12}$.
c. $\frac{\ln(3)}{15}$.
d. $\frac{\ln(3)}{18}$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = \tan(\frac{1}{n})n^{3\alpha}$, con $\alpha \in \mathbf{R}$. Allora

a. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge se e solo se $\alpha < 0$.
b. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge se e solo se $\alpha < 1/2$.
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge se e solo se $\alpha < 1/3$.
d. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge se e solo se $\alpha < 1/4$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
7 gennaio 2008

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $\frac{z^4}{z^4+1} = 2$ ci sono
a. $\sqrt[4]{\frac{3}{2}}(\frac{1}{\sqrt[2]{2}} + i\frac{1}{\sqrt[2]{2}})$ e $\sqrt[4]{\frac{3}{2}}(\frac{1}{\sqrt[2]{2}} - i\frac{1}{\sqrt[2]{2}})$.
b. $\sqrt[4]{\frac{4}{3}}(\frac{1}{\sqrt[2]{2}} + i\frac{1}{\sqrt[2]{2}})$ e $\sqrt[4]{\frac{4}{3}}(\frac{1}{\sqrt[2]{2}} - i\frac{1}{\sqrt[2]{2}})$.
c. $\frac{1}{\sqrt[4]{2}} + i\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ e $\frac{1}{\sqrt[4]{2}} - i\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.
d. $\sqrt[4]{\frac{3}{2}}(\frac{1}{\sqrt[2]{2}} + i\frac{1}{\sqrt[2]{2}})$ e $\frac{1}{\sqrt[4]{2}} - i\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

• $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{1+2^{1/x}}$
a. $= 1$.
b. non esiste, ma vale $\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{1}{1+2^{1/x}} = 1$.
c. non esiste, ma vale $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1}{1+2^{1/x}} = 1$.
d. $= 0$.

• $\lim\limits_{x\to 4^-} (\frac{1}{x-4} - \frac{1}{\ln(x/4)})$
a. $= +\infty$.
b. $= -\infty$.
c. $= 4$.
d. $= 1/4$.

• L'equazione $x^4 - 2|x| = \beta$, con $\beta \in \mathbf{R}$, ammette soluzioni reali se e solo se
a. $\beta \geq -3/(2^{4/3})$.
b. $\beta \geq -3/(2^{5/3})$.
c. $\beta \geq -3/4$.
d. $\beta \geq 0$.

• La funzione $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(3x) - \frac{1}{3x}$
a. è decrescente e concava.
b. è decrescente e convessa.
c. è crescente e concava.
d. è crescente e convessa.

• La funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sin(\alpha x) + 4x^2$, con $\alpha \in \mathbf{R}$, è convessa se e solo se
a. $-\sqrt{6} \leq \alpha \leq \sqrt{6}$.

b. $-2 \leq \alpha \leq 2$.
c. $-\sqrt{2} \leq \alpha \leq \sqrt{2}$.
d. $-2\sqrt{2} \leq \alpha \leq 2\sqrt{2}$.

- $\int_0^1 \frac{\arctan^2(x)}{1+x^2} dx =$

a. $\frac{\pi^3}{48}$.
b. $\frac{\pi^3}{96}$.
c. $\frac{\pi^3}{192}$.
d. $\frac{\pi^3}{384}$.

- $\int_0^2 \frac{1}{e^x+1} dx =$

a. $2 + \ln(\frac{2}{e^2+1})$.
b. $3 + \ln(\frac{2}{e^2+1})$.
c. $3 + \ln(\frac{3}{e^2+1})$.
d. $3 + \ln(\frac{3}{e^3+1})$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n^2(1+x)^n}$, con $x \geq 0$, è convergente se e solo se

a. $x < 1/2$.
b. $x \leq 1/2$.
c. $x < 1/3$.
d. $x \leq 1/3$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
27 marzo 2008

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^4+4z^2+4)(|z|-2)=0$ ci sono
a. $-i\sqrt{2}$ e $\frac{3}{\sqrt{2}}-i\frac{3}{\sqrt{2}}$.
b. $-2i$ e $\frac{3}{\sqrt{2}}-i\frac{3}{\sqrt{2}}$.
c. $-2i$ e $\sqrt{2}-i\sqrt{2}$.
d. $-i\sqrt{2}$ e $\sqrt{2}-i\sqrt{2}$.

• $\lim_{x\to+\infty}[\ln(x+3)-\ln(x)]x =$
a. $\frac{3}{8}$.
b. $\frac{3}{4}$.
c. $\frac{3}{2}$.
d. 3.

• $\lim_{x\to 0^+}[x^{(x^{4x})}-(x^x)^{4x}] =$
a. $+\infty$.
b. 1.
c. 0.
d. -1.

• L'equazione $\ln(x)-2x=-\ln(2)-2$ $(x>0)$
a. ha un'unica soluzione.
b. ha esattamente due soluzioni.
c. ha più di due soluzioni.
d. non ha soluzioni.

• La funzione $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\sinh(x)-2e^x$
a. è crescente in $]-\infty,-\frac{\ln(3)}{2}]$, decrescente in $[-\frac{\ln(3)}{2},+\infty[$.
b. è crescente in $]-\infty,-\frac{\ln(5)}{2}]$, decrescente in $[-\frac{\ln(5)}{2},+\infty[$.
c. è crescente in $]-\infty,-\frac{\ln(7)}{2}]$, decrescente in $[-\frac{\ln(7)}{2},+\infty[$.
d. è crescente in $]-\infty,-\frac{\ln(9)}{2}]$, decrescente in $[-\frac{\ln(9)}{2},+\infty[$.

• La funzione $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2+\sin(3x)$
a. è convessa e crescente.
b. è convessa in $[0,\frac{1}{3}\arcsin(\frac{2}{9})]$.
c. è convessa in $[0,\frac{1}{2}\arcsin(\frac{2}{9})]$.

d. è convessa in $[0, \frac{1}{2}\arcsin(\frac{1}{3})]$.

- La funzione $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = \int_1^x \frac{\sin(2t)}{t} dt$

a. è decrescente in $]0, \pi/4]$, ma non in $\mathbf{R}^+$.
b. è crescente in $]0, \pi/4]$, ma non in $\mathbf{R}^+$.
c. è crescente in $\mathbf{R}^+$.
d. è decrescente in $\mathbf{R}^+$.

- $\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} dx =$

a. $\frac{3}{2} - \sqrt{3} + \ln(\sqrt{3} + 1)$.
b. $2(\frac{3}{2} - \sqrt{3} + \ln(\sqrt{3} + 1))$.
c. $2(\frac{3}{2} - \sqrt{3} + \ln(\sqrt{3} + 2))$.
d. $2(1 - \sqrt{3} + \ln(\sqrt{3} + 2))$.

- La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (\int_0^{4x} t dt)^n$ $(x \geq 0)$ converge se e solo se

a. $0 \leq x < \frac{\sqrt{2}}{4}$.
b. $0 \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{4}$.
c. $0 \leq x < \frac{\sqrt{3}}{4}$.
d. $0 \leq x \leq \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
24 giugno 2008

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni in $\mathbf{C} \setminus \{0\}$ dell'equazione $z^{-4} + 4z^{-2} + 1 = 0$ ci sono

a. $i\sqrt{3-\sqrt{8}}$ e $-\frac{i}{\sqrt{3+\sqrt{8}}}$.

b. $i\sqrt{2-\sqrt{3}}$ e $-\frac{i}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$.

c. $\frac{i}{\sqrt{3-\sqrt{8}}}$ e $-\frac{i}{\sqrt{3+\sqrt{8}}}$.

d. $\frac{i}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ e $-\frac{i}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$.

• $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\arcsin(x)-\pi/2}{x-1}$

a. non esiste.

b. $= 1$.

c. $= +\infty$.

d. $= -\infty$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} (\sin(x^{-1/4}) - x^{-1/4})x^{1/2}$

a. non esiste.

b. $= 0$

c. $= \frac{1}{3}$.

d. $= -\infty$.

• L'equazione $e^x - x = 3$

a. non ha soluzioni in $\mathbf{R}^+$.

b. ha un'unica soluzione in $\mathbf{R}^+$.

c. ha esattamente due soluzioni in $\mathbf{R}^+$.

d. ha più di due soluzioni in $\mathbf{R}^+$.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 2|x|$. Allora

a. f è decrescente in $]-\infty, 0]$, crescente in $[0, +\infty[$.

b. f è crescente in $]-\infty, 0]$, decrescente in $[0, +\infty[$.

c. 0 è punto di massimo relativo per f.

d. 0 è punto di minimo relativo per f.

• Sia $f(x) = \frac{|x|}{1+3x}$, definita sul suo dominio naturale. Allora

a. f è crescente e concava in $[0, +\infty[$.

b. f è crescente e convessa in $[0, +\infty[$.

c. f è decrescente e concava in $[0, +\infty[$.

d. f è decrescente e convessa in $[0, +\infty[$.

- $\int_0^1 \frac{x^3}{1+x^8} dx =$

a. $\frac{\pi}{12}$.
b. $\frac{\pi}{16}$.
c. $\frac{\pi}{20}$.
d. $\frac{\pi}{24}$.

- $\int_0^3 (9 - x^2)^{1/2} dx =$

a. π.
b. $\frac{9\pi}{4}$.
c. 2π.
d. $\frac{9\pi}{2}$.

- La somma della serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{4^n}$ è uguale a

a. la serie non converge.
b. 2.
c. 3.
d. 4

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
23 luglio 2008

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(\overline{z})^{-4} = -16$ ci sono

a. $\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ e $\sqrt{2} - i\sqrt{2}$.
b. $\frac{1}{2} - i\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}$.
c. $\frac{1}{2} - i\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{\sqrt{8}} - i\frac{1}{\sqrt{8}}$.
d. $\frac{1}{\sqrt{8}} - i\frac{1}{\sqrt{8}}$ e $-\frac{1}{\sqrt{8}} - i\frac{1}{\sqrt{8}}$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sin(x)x}{1+x}$

a. non esiste.
b. $= 0$.
c. $= 1$.
d. $= +\infty$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} [(1+x)^{1/3} - x^{1/3}]x^{2/3}$

a. non esiste.
b. $= 0$.
c. $= 1/4$.
d. $= 1/3$.

• L'equazione $x^3 + 3x^2 + 1 = 0$

a. ha un'unica soluzione reale e tale soluzione è negativa.
b. ha un'unica soluzione reale e tale soluzione è positiva.
c. non ha soluzioni reali.
d. ha più di una soluzione reale.

• La funzione $f : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f(x) = x^{1/2} - \frac{x}{2}$

a. è decrescente.
b. è decrescente in $[0, 1]$, crescente in $[1, +\infty[$.
c. è crescente in $[0, 1]$, decrescente in $[1, +\infty[$.
d. è crescente in $[0, 2]$, decrescente in $[2, +\infty[$.

• La funzione $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(\frac{x}{x+3})$,

a. è concava.
b. è convessa.
c. è concava in $]0, 1]$, convessa in $[1, +\infty[$.
d. è convessa in $]0, 1]$, concava in $[1, +\infty[$.

- $\int_0^\pi x\sin(2x)dx =$

a. $\frac{\pi}{3}$.
b. $-\frac{\pi}{3}$.
c. $\frac{\pi}{2}$.
d. $-\frac{\pi}{2}$.

- $\int_0^1 \frac{1}{x^2+2x+3}dx =$

a. $\frac{1}{\sqrt{2}}[\arctan(\sqrt{2}) - \arctan(\frac{1}{\sqrt{2}})]$.
b. $\frac{1}{\sqrt{3}}[\arctan(\sqrt{3}) - \arctan(\frac{1}{\sqrt{3}})]$.
c. $\frac{1}{2}[\arctan(2) - \arctan(\frac{1}{2})]$.
d. $\arctan(2) - \pi/4$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = (-1)^n \frac{n!}{(2n)!}$. Allora

a. non vale $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$.
b. si ha $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
d. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
8 settembre 2008

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $z^3(z^3-1)=1$ ci sono
a. $\sqrt[3]{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2})$ e $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}(\frac{1+i\sqrt{3}}{2})$.
b. $\sqrt[3]{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}(\frac{1+i\sqrt{3}}{2})$ e $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}(\frac{1+i\sqrt{3}}{2})$.
c. $\sqrt[3]{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}(\frac{1+i\sqrt{3}}{2})$ e $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2})$.
d. $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}(\frac{1+i\sqrt{3}}{2})$ e $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2})$.

• $\lim\limits_{x\to-\infty}(1+\frac{1}{x})^{x^2} =$
a. $-\infty$.
b. 0.
c. 1.
d. e.

• $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln^2(x)}{(x-1)^3}$
a. $=0$.
b. $=1$.
c. non esiste ma il limite per $x\to 1^-$ vale $-\infty$, il limite per $x\to 1^+$ vale $+\infty$.
d. non esiste ma il limite per $x\to 1^-$ vale $+\infty$, il limite per $x\to 1^+$ vale $-\infty$.

• Sia $\alpha\in\mathbf{R}$. Si consideri l'equazione $\frac{e^x}{x}=\alpha$. Allora tale equazione possiede soluzioni in $\mathbf{R}^+$ se e solo se
a. $\alpha>0$.
b. $\alpha\ge 1$.
c. $\alpha>e$.
d. $\alpha\ge e$.

• Sia $f(x)=\arcsin(x)-2x$, definita nel suo dominio naturale. Allora
a. f è crescente in $[-1,1]$.
b. f è crescente in $[-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}]$ ma non in $[-1,1]$.
c. f è decrescente in $[-1,1]$.
d. f è decrescente in $[-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}]$ ma non in $[-1,1]$.

• Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(x^2+1)^{1/2}$. Allora

a. f è convessa in $]-\infty,0]$, concava in $[0,+\infty[$.
b. f è concava in $]-\infty,0]$, convessa in $[0,+\infty[$.
c. f è convessa.
d. f è concava.

- $\int_1^2 \frac{2^{\arctan(x)}}{1+x^2} dx =$

a. $\frac{2^{\arctan(2)}-2^{\pi/4}}{\ln(2)}$.
b. $\frac{2^{\arctan(2)}-2^{\pi/8}}{\ln(2)}$.
c. $\frac{2^{\arctan(2)}-1}{\ln(2)}$.
d. $\frac{2^{\arctan(2)}-1}{2\ln(2)}$.

- $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}+1} dx =$

a. $\ln(3) - 1/3$.
b. $3(\ln(3) - 1/3)$.
c. $3(\ln(2) - 1/3)$.
d. $3(\ln(2) - 1/2)$.

- Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n := (-1)^n(\frac{1}{n} - \sin(\frac{1}{n}))$. Allora

a. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
b. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.
c. non vale $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$.
d. si ha $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
12 gennaio 2009

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \frac{|x|}{x^3-8}$ (5 punti)

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

Calcolare $\int_0^{\pi/3} \frac{1}{\cos(x)} dx$ (4 punti). Riportare i passaggi più significativi.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
12 gennaio 2009

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^4+z^2+1)(\frac{z}{|z|}-e^{i9\pi/4})=0$ ci sono
a. $\frac{\sqrt{3}+i}{2}$ e $-6i$.
b. $\frac{\sqrt{3}+i}{2}$ e $3+3i$.
c. $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ e $3+3i$.
d. $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ e $-6i$.

• $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\cos(x)}{x^2-9}$
a. non esiste, ma il limite da destra vale $+\infty$, il limite da sinistra vale $-\infty$.
b. non esiste, ma il limite da destra vale $-\infty$, il limite da sinistra vale $+\infty$.
c. $=-\frac{\cos(3)}{2}$.
d. $=\frac{\cos(3)}{2}$.

• La funzione $f(x)=x^4-3x^2$
a. è convessa in $]-\infty,0]$.
b. è convessa in $[\frac{1}{\sqrt{3}},+\infty[$.
c. è convessa in $[\frac{1}{\sqrt{2}},+\infty[$.
d. è convessa in $[-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}]$.

• $\int_0^1 x^4 e^{(x^5)}dx=$
a. $\frac{e}{5}$.
b. $\frac{e-1}{5}$.
c. $\frac{e+1}{5}$.
d. $\frac{e+1}{10}$.

• Sia, per $x\in\mathbf{R}$, $n\in\mathbf{N}$, $a_n(x)=\frac{x^n}{n^{3/2}}$. Allora
a. la serie $\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x)$ è assolutamente convergente se $x\in]-1,1[$, non convergente negli altri casi.
b. la serie $\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x)$ è assolutamente convergente se $x\in]-1,1[$, convergente non assolutamente se $x=-1$, non convergente negli altri casi.
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x)$ è assolutamente convergente se $x\in[-1,1]$, non è convergente negli altri casi.
d. esiste x in $]-1,1[$ tale che $\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x)$ non è convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
2 febbraio 2009

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \frac{x}{\ln(2x)}$ (5 punti)

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

Calcolare $\int_0^1 \frac{x^2-1}{(x+2)(x^2+x+1)} dx$ (4 punti). Riportare i passaggi più significativi.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
2 febbraio 2009

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $\frac{1}{(z-2)^3} = i$ ci sono:

a. $\frac{8-\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ e $\frac{8+\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$.
b. $\frac{2-\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ e $\frac{2+\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$.
c. $\frac{4-\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ e $\frac{4+\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$.
d. $\frac{6-\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ e $\frac{6+\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$.

• $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(3x^2)-3x^2}{x^6} \ln(x) =$

a. 0.
b. $+\infty$.
c. $-\infty$.
d. $-\frac{9}{2}$.

• L'equazione $\ln(4x) - \alpha x = 0$, con $\alpha \in \mathbf{R}$, ha soluzioni in $\mathbf{R}^+$ se e solo se

a. $\alpha \leq 0$.
b. $\alpha \leq \frac{2}{e}$.
c. $\alpha \leq \frac{4}{e}$.
d. $\alpha \leq \frac{8}{e}$.

• $\int_0^{\pi/2} \sin^2(x)\sin(2x)dx =$

a. $\frac{2}{5}$.
b. $\frac{1}{3}$.
c. $\frac{2}{7}$.
d. $\frac{1}{2}$.

• Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = \sin(\frac{n}{n^2+3})$. Allora

a. la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
b. la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ è assolutamente convergente.
c. non esiste $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$.
d. Si ha $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ non è convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
23 febbraio 2009

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \arctan(\frac{x}{2}) + \frac{1}{x}$ (5 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

Calcolare $\int_0^1 x^2 e^{3x} dx$ (4 punti). Riportare i passaggi più significativi.

Prova scritta di Analisi Matematica L-A
23 febbraio 2009

Cognome e nome ....

• Tra le radici complesse dell'equazione $\overline{z}^6 + 2 = 0$ ci sono

a. $2^{-5/6}(-\sqrt{3}+i)$ e $-2^{-5/6}(1+i\sqrt{3})$.
b. $2^{-5/6}(-\sqrt{3}+i)$ e $-2^{-5/6}(\sqrt{3}+i)$.
c. $2^{-5/6}(1-i\sqrt{3})$ e $-2^{-5/6}(\sqrt{3}+i)$.
d. $2^{-5/6}(1-i\sqrt{3})$ e $-2^{-5/6}(1+i\sqrt{3})$.

• $\lim\limits_{x\to 0} \frac{2x-[2x]}{x}$ $([x] = \max\{j \in \mathbf{Z} : j \le x\})$

a. esiste e vale 2.
b. esiste e vale 0.
c. non esiste, ma si ha che il limite da destra vale 2, quello da sinistra $+\infty$.
d. non esiste, ma si ha che il limite da destra vale 2, quello da sinistra $-\infty$.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 \ln(3x)$. Allora

a. f è convessa.
b. f è concava.
c. f è convessa in $]0, \frac{e^{-3/2}}{3}]$, concava in $[\frac{e^{-3/2}}{3}, +\infty[$.
d. f è concava in $]0, \frac{e^{-3/2}}{3}]$, convessa in $[\frac{e^{-3/2}}{3}, +\infty[$.

• $\lim\limits_{x\to 0}(\sin(2x) - \tan(2x))x^{-3}$

a. -4.
b. $-\frac{27}{2}$.
c. -32.
d. 0.

• Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = (-1)^n \ln(\frac{n+2}{n})$. Allora

a. non vale $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$.
b. vale $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
d. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica A
7 luglio 2009

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = |x| - \frac{x^2}{x-2}$. (5 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

Calcolare $\int_0^3 x^2 \ln(x+1) dx$ (4 punti). Riportare i passaggi più significativi.

Prova scritta di Analisi Matematica A
7 luglio 2009

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^2-16\cos(4)-i16\sin(4))(z^4+256)=0$ ci sono
a. $-\frac{4}{\sqrt{2}}+i\frac{4}{\sqrt{2}}$ e $-4[\cos(2)+i\sin(2)]$.
b. $-\frac{4}{\sqrt{2}}+i\frac{4}{\sqrt{2}}$ e $-2[\cos(4)+i\sin(4)]$.
c. $-\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ e $-2[\cos(4)+i\sin(4)]$.
d. $-\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ e $-4[\cos(2)+i\sin(2)]$.

• $\lim_{x\to+\infty} x[\ln(2x+1)-\ln(2x)]$
a. $=0$.
b. $=\frac{1}{2}$.
b. $=2$.
d. $=+\infty$.

• $\lim_{x\to 0} \frac{(x+x^{1/4})^{1/4}}{x^{1/4}}$
a. $=+\infty$.
b. $=0$.
c. $=1$.
d. $=4$.

• Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{x}{x^2+2}$. Allora
a. f è concava in $[0,\sqrt{12}]$, convessa in $[\sqrt{12},+\infty[$.
b. f è concava in $[0,3]$, convessa in $[3,+\infty[$.
c. f è convessa in $[0,+\infty[$.
d. f è concava in $[0,\sqrt{6}]$, convessa in $[\sqrt{6},+\infty[$.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{1+2x^n}$, con $x\geq 0$,
a. converge se e solo se $x<2$.
b. converge se e solo se $x<3$.
c. converge se e solo se $x<4$.
d. converge se e solo se $x<1$.

Prova scritta di Analisi Matematica A
21 luglio 2009

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = x^{1/2}(2-x)^{1/2}$. (5 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

Calcolare $\int_1^3 \frac{1}{e^{2x}-e^x} dx$ (4 punti). Riportare i passaggi più significativi.

Prova scritta di Analisi Matematica A
21 luglio 2009

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(\overline{z}^6 - \frac{i}{2})(|z| - 2) = 0$ ci sono

a. $\frac{1}{\sqrt[6]{24}} - \frac{i}{\sqrt[3]{4}}$ e $\sqrt{2} + i\sqrt{2}$.

b. $\frac{1}{\sqrt[3]{4}} - \frac{i}{\sqrt[3]{4}}$ e $\sqrt{2} + i\sqrt{2}$.

c. $\frac{1}{\sqrt[3]{4}} - \frac{i}{\sqrt[3]{4}}$ e $\sqrt{5} + 2i$.

d. $\frac{1}{\sqrt[6]{24}} - \frac{i}{\sqrt[3]{4}}$ e $\sqrt{5} + 2i$.

• $\lim\limits_{x \to \frac{3\pi}{2}^-} \frac{\sin^2(x)}{\cos(x)} =$

a. $+\infty$.

b. non esiste.

c. $= \lim\limits_{x \to \frac{3\pi}{2}^+} \frac{\sin^2(x)}{\cos(x)}$.

d. $-\infty$.

• $\lim\limits_{x \to +\infty} [(x^3 + 4)^{1/3} - x]$

a. $= 2$.

b. $= 3$.

c. $= 4$.

d. $= 0$.

• La funzione $f(x) = (x+2)^{3/2} - x^{3/2}$, definita nel suo dominio naturale,

a. è convessa.

b. è convessa in $[0, 2]$, concava in $[2, +\infty[$.

c. è concava in $[0, 2]$, convessa in $[2, +\infty[$.

d. è concava.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^{3\alpha}}$, con $\alpha \in \mathbf{R}$, converge se e solo se

a. $\alpha > 2/3$.

b. $\alpha > 1/3$.

c. $\alpha \geq 1/3$.

d. non converge qualunque sia α.

Prova scritta di Analisi Matematica A
15 settembre 2009

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = (x-2)\sqrt{x}$. (5 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Minimo e massimo della funzione (se esistono):

Grafico qualitativo:

Calcolare $\int_0^3 \frac{1}{1+x+\sqrt{x}}dx$ (4 punti). Riportare i passaggi più significativi.

Prova scritta di Analisi Matematica A
15 settembre 2009

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $z^4(z^4-1)=2$ ci sono
a. $2+i$ e $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$.
b. $2+i$ e $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$.
c. $\sqrt[4]{2}i$ e $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$.
d. $\sqrt[4]{2}i$ e $-\sqrt[4]{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}\frac{1-i}{\sqrt{2}}$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty}(1-\frac{1}{3x})^{\sqrt{x}}$
a. $=e^{-1/3}$.
b. $=e^3$.
c. $=1$.
d. $=0$.

• $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos(4x^{1/2})-1}{\sin(x)}$
a. $=-2$
b. $=-9/2$
c. $=0$.
d. $=-8$.

• $\max_{[0,\pi/2]}(\sin^2(x)+\cos(x))=$
a. $\frac{5}{4}$.
b. $\sqrt{2}$.
c. $\sqrt{3/2}$
d. 1.

• $\{x\in[0,+\infty[: \sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{(1+x)^n}<2\}=$
a. $[0,+\infty[$.
b. $[0,4[$.
c. $[0,2[$.
d. $\emptyset$.

Prova scritta di Analisi Matematica A
15 gennaio 2010

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \ln(\frac{|x|}{x^2-4})$ (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

Calcolare $\int_0^{\pi/6} \frac{1}{\sin(3x)+1} dx$ (6 punti). Riportare i passaggi più significativi. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
15 gennaio 2010

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^6+64)(\frac{z}{|z|}-e^{-i\frac{\pi}{4}})=0$ ci sono

a. $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$ e $\frac{8}{\sqrt{2}}-i\frac{8}{\sqrt{2}}$.

b. $-\sqrt{3}-i$ e $\frac{8}{\sqrt{2}}-i\frac{8}{\sqrt{2}}$.

c. $-\sqrt{3}-i$ e $\frac{8}{\sqrt{2}}+i\frac{8}{\sqrt{2}}$.

d. $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$ e $\frac{8}{\sqrt{2}}+i\frac{8}{\sqrt{2}}$.

• $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(x^{2/3})-\sinh(x^{2/3})}{\ln(1+x^{1/3})(1-\cos(x^{1/3}))}=$

a. 0.

b. $+\infty$.

c. $\frac{2}{3}$.

d. $\frac{1}{3}$.

• L'equazione $\sin(4x)+\cos(4x)=\beta$ ha soluzioni $x\in[0,\frac{\pi}{4}]$ se e solo se

a. $\beta\in[-1,\sqrt{2}]$.

b. $\beta\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$.

c. $\beta\in[-1,1]$.

d. $\beta\in[-2,2]$.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!z^n}{(n+2)!}$, con $z\in\mathbf{R}$,

a. converge se e solo se $z\in[-2,2]$.

b. converge se e solo se $z\in[-2,2[$.

c. converge se e solo se $z\in[-1,1[$.

d. converge se e solo se $z\in[-1,1]$.

Prova scritta di Analisi Matematica A
1 febbraio 2010

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = xe^{-\frac{1}{2+x}}$ (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

Calcolare $\int_0^9 \frac{1}{x+6\sqrt{x}+10} dx$ (6 punti). Deve essere chiaro il procedimento seguito.

Prova scritta di Analisi Matematica A
1 febbraio 2010

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni in $\mathbf{C}$ dell'equazione $(\frac{1}{(\overline{z}-4)^2} - i)Re(\overline{z}^2) = 0$ ci sono

a. $4 - \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}$ e $7 + 7i$.
b. $2 - \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}$ e $7 + 7i$.
c. $2 - \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}$ e $7 - 6i$.
d. $4 - \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}$ e $7 - 6i$.

• $\lim_{x\to+\infty} x^{4/3}[(x^2+3)^{1/3} - x^{2/3}]$

a. $= 1$.
b. $= 3$.
c. $= 0$.
d. $+\infty$.

• Si ponga, per $\beta \in \mathbf{R}$, $f_\beta : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f_\beta(x) = x^x - 2\beta x - 4$. Allora

a. f_β è convessa se e solo se $\beta \geq 4$.
b. f_β è convessa se e solo se $\beta > 4$.
c. f_β è convessa se e solo se $\beta > 0$.
d. f_β è convessa qualunque sia β.

• Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = (-1)^n(\frac{n}{n+2})^n$. Allora

a. non esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n$.
b. si ha $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
d. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica A
17 febbraio 2010

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \arctan(\frac{x+2}{|x|})$ (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^3 \frac{e^{2x}}{(e^x+1)^3}dx$. Deve essere chiaro il procedimento seguito.

Prova scritta di Analisi Matematica A
17 febbraio 2010

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $[(z+1)^4+2]Im(\frac{z}{\bar{z}})=0$ ci sono

a. $\frac{\sqrt[4]{2}-\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}}$ e $3i$.

b. $\frac{\sqrt[4]{2}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-i\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}}$ e $3i$.

c. $\frac{\sqrt[4]{2}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-i\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}}$ e $3+3i$.

d. $\frac{\sqrt[4]{2}-\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}}$ e $3+3i$.

• $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln(x^{1/3})-\frac{x}{3}+\frac{1}{3}}{(e^x-e)^2}$

a. $=0$.

b. $=-\frac{1}{4e^2}$. .

c. $=-\frac{1}{8e^2}$. .

d. $=-\frac{1}{6e^2}$.

• L'equazione $x^{-4x}=\beta$ ($x\in\mathbf{R}^+$)

a. ha soluzioni se e solo $0<\beta\le e^{4/e}$.

b. ha soluzioni se e solo $0<\beta\le e^{e/4}$.

c. ha soluzioni se e solo $0<\beta\le 1$.

d. ha soluzioni per ogni $\beta\in\mathbf{R}^+$.

• $\{x\ge 0:\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2^n}\le x\}$ (intendendo la somma $+\infty$ se la serie non è convergente) coincide con

a. $[0,1/2]$.

b. $[0,1/2[$.

c. $[0,1[$.

d. $[0,1]$.

Prova scritta di Analisi Matematica A
29 giugno 2010

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = 2^x |x-1|^{-1/2}$ (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^1 (3+e^x)^{1/2}dx$. Deve essere chiaro il procedimento seguito.

Prova scritta di Analisi Matematica A
29 giugno 2010

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^3+8)Re(z^2-4)=0$ ci sono

a. $2-i2\sqrt{3}$ e $-\sqrt{10}+i$.
b. $1-i\sqrt{3}$ e $-\sqrt{10}+i$.
c. $1-i\sqrt{3}$ e $-\sqrt{5}+i$.
d. $2-i2\sqrt{3}$ e $-\sqrt{5}+i$.

• Sia $c \in \mathbf{R}$, tale che $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3}-cx}{x^2+x^3} \in \mathbf{R}$; allora $c =$

a. $= \frac{1}{2\sqrt{3}}$.
b. $= \frac{1}{\sqrt{3}}$.
c. $= \frac{2}{\sqrt{3}}$.
d. Non esiste alcun c con la proprietà richiesta.

• Sia $F : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $F(x) = \int_0^x e^{4t^2} t^2 dt$. Allora

a. F è convessa.
b. F è concava.
c. F è concava in $]-\infty, 0]$, convessa in $[0, +\infty[$.
d. F è convessa in $]-\infty, 0]$, concava in $[0, +\infty[$.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty} n(\int_0^{2x} \cos(t)dt)^n$ è convergente se e solo se

a. è convergente per ogni $x \in \mathbf{R}$.
b. non è convergente qualunque sia $x \in \mathbf{R}$.
c. $x \in \mathbf{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbf{Z}\}$.
d. $x \in \mathbf{R} \setminus \{\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} : k \in \mathbf{Z}\}$.

Prova scritta di Analisi Matematica A
14 luglio 2010

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = |x|^{\frac{1}{2x}}$ (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

• Calcolare $\int_0^{3\pi} x \sin^2(x) \cos(x) dx$. Deve essere chiaro il procedimento seguito.

Prova scritta di Analisi Matematica A
14 luglio 2010

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^3 - 8i)(|z| - 2) = 0$ ci sono

a. $\frac{-3\sqrt{3}+3i}{2}$ e $-2\cos(3) + 2i\sin(3)$.
b. $-\sqrt{3} + i$ e $-2\cos(3) + 2i\sin(3)$.
c. $-\sqrt{3} + i$ e $-3\cos(2) + 3i\sin(2)$.
d. $\frac{-3\sqrt{3}+3i}{2}$ e $-3\cos(2) + 3i\sin(2)$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty}[(1+x)^{4/3} - x^{4/3}]x^{-1/3}$

a. $= 5/4$.
b. $= 4/3$
c. $= 6/5$.
d. nessuno dei precedenti.

• L'equazione $e^{4+x} + e^{-x} = \beta$ ($\beta \in \mathbf{R}$) ha soluzioni reali se e solo se

a. $\beta \geq 4e^2$.
b. $\beta \geq 2e$.
c. $\beta \geq 3e^{3/2}$.
d. nessuno dei precedenti.

• Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = (-1)^n \ln(3 + \frac{1}{n^2})$. Allora

a. $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ non ammette limite per $n \to +\infty$.
b. esiste $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$ e non è 0.
c. $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.
d. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente.

Prova scritta di Analisi Matematica A
9 settembre 2010

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \arccos(\frac{1}{x-2})$ (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x^2+9)} dx$. Deve essere chiaro il procedimento seguito.

Prova scritta di Analisi Matematica A
9 settembre 2010

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^6+64)[Re(z)+2Im(z)]^2 = 0$ ci sono
a. $\sqrt{3} - i$ e $-4-2i$.
b. $\frac{3}{2}(\sqrt{3} - i)$ e $-4-2i$.
c. $\frac{3}{2}(\sqrt{3} - i)$ e $-4+2i$.
d. $\sqrt{3} - i$ e $-4+2i$.

• $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^{3x}-1}{x+x^2}$
a. $= -\infty$.
b. $= +\infty$.
c. $= 0$.
d. nessuno dei precedenti.

• L'equazione $e^{4x} = 1 + 4x$ $(x \in \mathbf{R})$
a. ha esattamente due soluzioni reali.
b. ha tre soluzioni reali, una delle quali positiva e una negativa.
c. ha infinite soluzioni.
d. ha solo la soluzione $x = 0$.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(\int_0^x t^2 dt)^n$, con $x \geq 0$,
a. è convergente se e solo se $x < 4^{1/4}$.
b. è convergente solo per $x = 0$.
c. è convergente se e solo se $x < 3^{1/3}$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica A
13 gennaio 2011

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = |x-2|e^{-1/x}$ (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^2 \frac{x^3+x^2-9x+9}{81-x^4}dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
13 gennaio 2011

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^4+16)(9^{|z|}-3)=0$ ci sono
a. $-\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ e $\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{i}{2\sqrt{2}}$.
b. $-\frac{3}{\sqrt{2}}+i\frac{3}{\sqrt{2}}$ e $\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{i}{2\sqrt{2}}$.
c. $-\frac{3}{\sqrt{2}}+i\frac{3}{\sqrt{2}}$ e $\frac{1}{3\sqrt{2}}-\frac{i}{3\sqrt{2}}$.
d. $-\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ e $\frac{1}{3\sqrt{2}}-\frac{i}{3\sqrt{2}}$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(x+1)^{1/3}-x^{1/3}}{(x+2)^{1/3}-x^{1/3}}$
a. $=0$.
b. $=\frac{1}{2}$.
c. $=\frac{1}{3}$.
d. $=\frac{1}{4}$.

• L'equazione $x^4-16|x|=a$ ($a\in\mathbf{R}$) ammette soluzioni reali se e solo se
a. $a\geq-6\sqrt[3]{2}$.
b. le ammette per ogni a in $\mathbf{R}$.
c. $a\geq-12\sqrt[3]{4}$.
d. $a\geq-9\sqrt[3]{3}$.

• $\{x>1:\sum_{n=1}^{\infty}x^{-n}>3\sum_{n=1}^{\infty}x^{-2n}\}=$
a. $]4,+\infty[$.
b. $\emptyset$.
c. $]2,+\infty[$.
d. $]3,+\infty[$.

Prova scritta di Analisi Matematica A
31 gennaio 2011

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-2x-3}}$. (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_3^4 \frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}-1} dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
31 gennaio 2011

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni conplesse dell'equazione $(z^4 + z^2 + 1)[Re(z^2) - 2] = 0$ ci sono
a. $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\sqrt{3} + i$.
b. $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\sqrt{2} + i$.
c. $-\frac{1}{2} + i\sqrt{3}$ e $\sqrt{2} + i$.
d. nessuna delle risposte precedenti contiene due soluzioni.

• $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sinh(3x^{1/2}) - 3x^{1/2}}{\sin(3x^{1/2}) - 3x^{1/2}} =$
a. $= -2$.
b. $= -3$.
c. $= -1$.
d. nessuno dei precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \alpha e^x - x^2 - 4x$. Allora f è convessa (in $\mathbf{R}$) se e solo se
a. $\alpha \geq 4$.
b. $\alpha \geq 3$.
c. $\alpha \geq 3$.
d. nessuno dei precedenti.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+n^{1/2}}$ $(x \in \mathbf{R})$ è convergente se e solo se
a. $-1 < x < 1$.
b. $-1 \leq x \leq 1$.
c. $-1 \leq x < 1$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica A
18 febbraio 2011

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \ln(\frac{|x|}{x^2-2x})$. (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{3x}+27} dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
18 febbraio 2011

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(\overline{z}^3 - 27i)\sin(\pi|z|) = 0$ ($\overline{z}$ è il complesso coniugato di z) ci sono

a. $2\sqrt{3} - 2i$ e $3 + 4i$.
b. $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$ e $2 + 3i$.
c. $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$ e $3 + 4i$.
d. nessuna delle risposte precedenti contiene due soluzioni.

• $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^{3x} - 1 - 3x\ln(x)}{x^2\ln(x)}$

a. $= 0$.
b. $= +\infty$.
c. $= -\infty$.
d. nessuno dei precedenti.

• L'equazione $\sin^2(x) - 5\cos(x) = \alpha$, con $\alpha \in \mathbf{R}$, ammette soluzioni reali se e solo se

a. $-5 \leq \alpha \leq 5$.
b. $-4 \leq \alpha \leq 4$.
c. $-3 \leq \alpha \leq 3$.
d. nessuno dei precedenti.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[n^{-2} - \sin(n^{-2})]n^{\alpha}$ ($\alpha \in \mathbf{R}$) converge se e solo se

a. $\alpha < 8$.
b. $\alpha < 11$.
c. $\alpha < 5$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica A
15 giugno 2011

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = e^{\frac{|x|+2}{x+1}}$. (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_{-2}^{2} \frac{1}{x^2+|x|+1} dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
15 giugno 2011

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(\frac{1}{z^2}+2i)(\frac{z}{|z|}-e^{i\frac{5\pi}{2}})=0$ ci sono

a. $\frac{1}{2}-\frac{i}{2}$ e $2i$.
b. $\frac{1}{2}-\frac{i}{2}$ e $-2i$.
c. $-\frac{1}{2}-\frac{i}{2}$ e $2i$.
d. nessuna delle precedenti risposte contiene due soluzioni.

• $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^x-1-x\ln(x)}{x^3|\ln(x)|^3}$

a. $=+\infty$.
b. $=0$.
c. $=-\infty$.
d. nessuno dei precedenti.

• L'equazione $x^{4x}=y$, con $y\in\mathbf{R}$, ha soluzioni x in $\mathbf{R}^+$ se e solo se

a. $y\geq 1$.
b. $y>e^{-4/e}$.
c. $y\geq e^{-4/e}$.
d. nessuno dei precedenti.

• Sia, per $n\in\mathbf{N}$, e $a\in\mathbf{R}^+$, $a_n:=\frac{n!(2a)^n}{n^n}$. Allora

a. la serie $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ è convergente se $a=1$, non è convergente se $a=2$.
b. la serie $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ è convergente se $a\in\{1,2\}$.
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ non è convergente se $a\in\{1,2\}$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica A
20 luglio 2011

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \frac{2^x}{x+2}$. (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^3 x^2(9-x^2)^{1/2}dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
20 luglio 2011

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(\frac{1}{z^4+16}+1)(e^{|z|}-2)=0$ ci sono
a. $-\sqrt[4]{\frac{257}{4}}(1+i)$ e $-ln(4)(\sin(2)+i\cos(2))$.
b. $-\sqrt[4]{\frac{17}{4}}(1+i)$ e $-ln(2)(\sin(3)+i\cos(3))$.
c. $-\sqrt[4]{\frac{41}{2}}(1+i)$ e $-ln(3)(\sin(4)+i\cos(4))$.
d. nessuna delle precedenti risposte contiene due soluzioni.

• $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sin(\frac{1}{x+3})-\sin(\frac{1}{x}))(x^2+\sqrt{x})$
a. $=-1$.
b. $=-2$.
c. $=-4$.
d. nessuna delle precedenti.

• L'equazione $\frac{x}{x^3+4}=\beta$, con $\beta\in\mathbf{R}$, ha più di una soluzione reale se e solo se
a. $0<\beta\le\frac{1}{3}$.
b. $0<\beta\le\frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$.
c. $0<\beta\le\frac{1}{3\sqrt[3]{4}}$.
d. nessuna delle precedenti.

• $\{x\in\mathbf{R}: x\neq 0, \sum_{n=1}^{\infty}(\frac{2}{x^2})^n=1\}=$
a. $\{-\sqrt{8},\sqrt{8}\}$.
b. $\{-2,2\}$.
c. $\{-\sqrt{6},\sqrt{6}\}$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica A
7 settembre 2011

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \arctan(\frac{1}{x}) - \frac{1}{2x}$. (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^3 \frac{1}{2^x+1}dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
7 settembre 2011

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(\frac{1}{z^4+1} - \frac{1}{z^2})Im(2iz^2) = 0$ ci sono

a. $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$ e $-2i$.

b. $\frac{\sqrt{3}+i}{4}$ e $-2i$.

c. $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$ e -2.

d. nessuna delle risposte precedenti contiene due soluzioni.

• $\lim_{x\to+\infty} x[e - (1+\frac{1}{x})^x]$

a. $= \frac{e}{2}$.

b. $= 0$.

c. $= +\infty$.

d. nessuna delle precedenti.

• L'equazione $xe^{4x} = y$, con $y \in \mathbf{R}$,

a. ha soluzioni reali se e solo se $y \geq -\frac{1}{2e}$.

b. ha soluzioni reali se e solo se $y \geq -\frac{1}{3e}$.

c. ha soluzioni reali se e solo se $y \geq -\frac{1}{4e}$.

d. nessuna delle precedenti.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty} n(x^2+4x)^n$, con $x \in \mathbf{R}$, converge se e solo se

a. $x \in]-2-\sqrt{5}, -2-\sqrt{3}[\cup]-2+\sqrt{3}, -2+\sqrt{5}[$.

b. $x \in]-4-\sqrt{17}, -4-\sqrt{15}[\cup]-4+\sqrt{15}, -4+\sqrt{17}[$.

c. $x \in]-3-\sqrt{10}, -3-\sqrt{8}[\cup]-3+\sqrt{8}, -3+\sqrt{10}[$.

d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica A
10 gennaio 2012

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \ln(\ln(x)) - \ln(x^2)$. (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^3 \frac{x^3}{x^3+1} dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
10 gennaio 2012

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni in $\mathbf{C}$ dell'equazione $(\frac{1}{z^4+1}+3)(2^{-Im(z)}-2)=0$ ci sono

a. $\sqrt{\frac{2}{3}}+i\sqrt{\frac{2}{3}}$ e -1.
b. $\sqrt{\frac{5}{8}}+i\sqrt{\frac{5}{8}}$ e $1-i$.
c. $\sqrt{\frac{3}{4}}+i\sqrt{\frac{3}{4}}$ e $-1-i$.
d. nessuna delle precedenti.

• $\lim_{x\to+\infty}[\ln(\log_4(x)) - log_4(\ln(x))]$

a. $=0$.
b. $=-\infty$.
c. $=+\infty$.
d. nessuna delle precedenti.

• L'equazione $2x = \cos(2x) + \beta$ ($\beta \in \mathbf{R}$) ha soluzioni non negative se e solo se

a. $\beta \geq -2$.
b. $\beta \geq -1$.
c. le ha qualunque sia β in $\mathbf{R}$.
d. nessuna delle precedenti.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[1-\cos(\frac{2}{n})](n+3)^{\beta}$ converge se e solo se

a. $\beta < 1$.
b. $\beta \leq 1$.
c. $\beta < 3$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica A
25 gennaio 2012

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \arcsin(\frac{|x|}{x-2})$. (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^{81} \frac{x^{1/4}}{x^{1/2}+3} dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
25 gennaio 2012

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^3 - 64i)\ln(\frac{1}{|z|-4}) = 0$ ci sono

a. $-2\sqrt{3} + 2i$ e $\frac{5}{\sqrt{2}} + i\frac{5}{\sqrt{2}}$.
b. $-\frac{3\sqrt{3}}{2} + i\frac{3}{2}$ e $2\sqrt{2} + i2\sqrt{2}$.
c. $-\sqrt{3} + i$ e $\frac{3}{\sqrt{2}} + i\frac{3}{\sqrt{2}}$.
d. Nessuna delle precedenti.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} x[\ln(\frac{x+2}{x+1}) - \frac{2x+1}{x^2}]$
a. $= +\infty$.
b. $= 1$.
c. $= -1$
d. Nessuna delle precedenti.

• L'equazione $x^3 - 3x - \beta = 0$ ($\beta \in \mathbf{R}$) ha più di una soluzione reale se e solo se
a. $-2 \leq \beta \leq 2$.
b. $-\frac{16}{3\sqrt{3}} \leq \beta \leq \frac{16}{3\sqrt{3}}$.
c. $-\frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \leq \beta \leq \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$.
d. Nessuna delle precedenti.

• Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = \frac{(-1)^n x^n}{n+4}$, con $x \in \mathbf{R}$. Allora
a. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente se e solo se $-1 < x \leq 1$.
b. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente se e solo se $-1 < x \leq 1$, assolutamente convergente se e solo se $|x| < 1$.
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente se e solo se $-1 \leq x < 1$, assolutamente convergente se e solo se $|x| < 1$.
d. Nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica A
9 febbraio 2012

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \sqrt{x(x^2-4)}$. (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^3 (9-x^2)^{3/2} dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
9 febbraio 2012

Cognome e nome ....

• Il sistema

$$\begin{cases} (z+3i)^3 = 27i, \\ Im(z) \geq 0 \end{cases}$$

a. non ha soluzioni complesse.
b. ha un'unica soluzione complessa.
c. ha esattamente due soluzioni complesse distinte.
d. Nessuna delle precedenti.

• $\lim_{x\to 0} \frac{[\cos^2(x)-1]\ln(4x)}{\cos^3(x)-1}$
a. $= 0$.
b. $= 1$.
c. $= 4$.
d. Nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 2x^4 + \beta x^3 + x^2$, con $\beta \in \mathbf{R}$. Allora f è convessa se e solo se
a. $|\beta| \leq \frac{4}{\sqrt{3}}$.
b. $|\beta| \leq 2\sqrt{2}$.
c. $|\beta| \leq 4\sqrt{\frac{2}{3}}$.
d. Nessuna delle precedenti.

• $\{x \in \mathbf{R} : x \geq 0, \sum_{n=2}^{\infty} 3^n x^n \leq 1\} =$
a. b. $[0, \frac{\sqrt{5}-1}{4}]$.
b. $[0, \frac{\sqrt{5}-1}{6}]$.
c. $[0, \frac{\sqrt{5}-1}{8}]$.
d. Nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica A
4 luglio 2012

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = (x+1)^{\frac{2}{x+1}}$ nell'intersezione del dominio naturale con $\{x \in \mathbf{R} : x+1 > 0\}$. (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^{81} \frac{1}{x^{1/2}+x^{1/4}+1} dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
4 luglio 2012

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(\frac{z}{|z|} - e^{\frac{i7\pi}{2}})(z^{-3} + 2i) = 0$ ci sono
a. $2i$ e $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$.
b. 2 e $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$.
c. 2 e $2i$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f(x) = \frac{e^{3x}\cos(x) - e^{x}\cos(3x)}{x^2 + x^3}$. Allora
a. $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 0^-} f(x) = +\infty$.
b. $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$.
c. $\lim_{x\to 0} f(x) = 2$.
d.nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + x^{-4}$. Allora
a. $f(\mathbf{R}^+) =]0, 2^{1/3} + 2^{-2/3}]$.
b. $f(\mathbf{R}^+) = [2^{1/3} + 2^{-2/3}, +\infty[$.
c. $f(\mathbf{R}^+) =]3^{1/3} + 3^{-2/3}, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = (-1)^n[(n+1)^{1/4} - n^{1/4}]$. Allora
a. $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.
b. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.
c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente, ma non assolutamente convergente.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica A
20 luglio 2012

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 2}$. (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^3 x^2(x^2+9)^{1/2}dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
20 luglio 2012

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(\frac{1}{z^4+16} - 1)(e^{-|z|} - \frac{1}{2}) = 0$ ci sono
a. $-\sqrt[4]{\frac{15}{4}}(1-i)$ e $\ln(2) + i$.
b. $-\sqrt[4]{\frac{15}{4}}(1-i)$ e $-\frac{\ln(4)}{2}$.
c. $-\sqrt[4]{20}(1-i)$ e $-\frac{\ln(4)}{2}$.
d. nessuno dei precedenti.

• L'equazione $\frac{x}{x^4+3} = \beta$ ha più di una soluzione reale se e solo se
a. $\beta \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$.
b. $0 < |\beta| < \frac{1}{4}$.
c. $|\beta| < 1$.
d. nessuno dei precedenti.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} [\cos(\frac{1}{x+4}) - \cos(\frac{1}{x})](x^3 + x^2)$
a. $= 3$.
b. $= 4$.
c. $= 2$.
d. nessuno dei precedenti.

• L'equazione $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{(x+2)^n} = 1$
a. ha esattamente due soluzioni in $\mathbf{R}^+$.
b. ha più di due soluzioni in $\mathbf{R}^+$.
c. ha un'unica soluzione in $\mathbf{R}^+$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica A
11 settembre 2012

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \min\{\frac{1}{e^x-2}, 1\}$. (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^1 \frac{3^x}{9^x+3^x+1}dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
11 settembre 2012

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \min\{\frac{1}{e^x - 3}, 1\}$. (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^1 \frac{4^x}{16^x+4^x+1} dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
11 settembre 2012

Cognome e nome ....

• Studio di $f(x) = \min\{\frac{1}{e^x-4}, 1\}$. (6 punti).

Dominio naturale:

Limiti alla frontiera del dominio (ed eventualmente a $\pm\infty$):

Espressione della derivata (dove esiste):

Intervalli su cui f è crescente o decrescente:

Grafico qualitativo:

- Calcolare $\int_0^1 \frac{2^x}{4^x+2^x+1} dx$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica A
11 settembre 2012

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^3 + 2i)(e^{z\bar{z}} + 2) = 0$ ci sono
a. $-i\sqrt[3]{2}$ e $4^{-1/3}(i - \sqrt{3})$.
b. $-i\sqrt[3]{2}$ e $i\ln(2)^{1/2}$.
c. $4^{-1/3}(i - \sqrt{3})$ e $i\ln(2)^{1/2}$.
d. nessuna delle precedenti.

•
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x^{1/2})\ln(1+2x)}{[\cos(x^{1/2}) - 1]^2} =$$
a. 0.
b. 3.
c. $+\infty$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f.\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \int_4^x 4^{-t^2} dt$. Allora
a. f è crescente, concava in $[0, +\infty[$, convessa in $] - \infty, 0]$.
b. f è crescente e convessa.
c. f è decrescente e concava.
d. nessuna delle precedenti.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sin(4x-x^3))^n}{(n+4)^2}$
a. converge assolutamente per ogni $x < \alpha$, con $\alpha \in \mathbf{R}$ opportuno, non converge se $x > \alpha$.
b. converge, non sempre assolutamente, per ogni x in $\mathbf{R}$.
c. converge assolutamente per ogni x in $\mathbf{R}$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica A
11 settembre 2012

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^3+3i)(e^{z\bar{z}}+3)=0$ ci sono

a. $-i\sqrt[3]{3}$ e $-i\ln(3)^{1/2}$.

b. $-i\sqrt[3]{3}$ e $\frac{\sqrt[3]{3}(\sqrt{3}+i)}{2}$.

c. $\frac{\sqrt[3]{3}(\sqrt{3}+i)}{2}$ e $-i\ln(3)^{1/2}$.

d. nessuna delle precedenti.

•

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(2x^{1/2})\ln(1+2x)}{[\cos(x^{1/2})-1]^2}=$$

a. 0.

b. 2.

c. $+\infty$.

d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f.\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\int_3^x 3^{-t^2}dt$. Allora

a. f è crescente, convessa in $[0,+\infty[$, concava in $]-\infty,0]$.

b. f è crescente e convessa.

c. f è decrescente e concava.

d. nessuna delle precedenti.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\sin(2x-x^3))^n}{(n+4)^2}$

a. converge assolutamente per ogni $x<\alpha$, con $\alpha\in\mathbf{R}$ opportuno, non converge se $x>\alpha$.

b. converge, non sempre assolutamente, per ogni x in $\mathbf{R}$.

c. converge assolutamente per ogni x in $\mathbf{R}$.

d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica A
11 settembre 2012

Cognome e nome ....

• Tra le soluzioni complesse dell'equazione $(z^3 + 4i)(e^{z\bar{z}} + 4) = 0$ ci sono
a. $-i\sqrt[3]{4}$ e $-i\ln(4)^{1/2}$.
b. $-i\ln(4)^{1/2}$ e $\frac{\sqrt[3]{4}(\sqrt{3}+i)}{2}$.
c. $\frac{\sqrt[3]{4}(\sqrt{3}+i)}{2}$ e $-i\sqrt[3]{4}$
d. nessuna delle precedenti.

•
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(4x^{1/2})\ln(1+2x)}{[\cos(x^{1/2})-1]^2} =$$
a. 0.
b. 2.
c. $+\infty$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f.\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \int_2^x 2^{-t^2} dt$. Allora
a. f è crescente, convessa in $[0, +\infty[$, concava in $]-\infty, 0]$.
b. f è crescente e convessa.
c. f è decrescente e concava.
d. nessuna delle precedenti.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sin(3x-x^3))^n}{(n+3)^2}$
a. converge assolutamente per ogni $x < \alpha$, con $\alpha \in \mathbf{R}$ opportuno, non converge se $x > \alpha$.
b. converge, non sempre assolutamente, per ogni x in $\mathbf{R}$.
c. converge assolutamente per ogni x in $\mathbf{R}$.
d. nessuna delle precedenti.